

第2学年「確率」赤青カードの問題 (5/9時間)

ねらい： 確率の実験(赤青カードによる実験)での確率的現象の不思議さを感じさせ、生徒の確率の学習に対する興味・関心を覚醒する。実験・観察から予想された結果について、その根拠を樹形図に基づいて論理的に分析することを通して、確率の考え方とその重要性(よさ)を体験的に理解させる。また、確率の考え方に基づいて分析的に調べていく過程で「同様に確からしい」ことの意味とその重要性に気づかせ、数学的確率の定義を確立する。

	学 習 活 動	教師の指導援助及び留意点
既習事項の確認及び実験への予想	<p><ゲーム の内容及びルール> (箱の中に) 3種類のカード(赤赤・赤青・青青)が1枚ずつ入っている。 『取り出し役(親)』が(箱の中から)1枚のカードを取り出し、『当て役(子)』が取り出したカードの表または裏が何色かを当てる。</p> <p>カードを出したときに見える色(表の色)を当てる確率は？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・当たる確率は $1/2$ だ。 ・赤と青の2種類だから、当たる確率は $1/2$ になる。 ・赤が出るのが3通り、青が出るのが3通りで起こり得る全ての場合が6通りなので、赤がでる確率も青の出る確率も $3/6$ で $1/2$ になるから。 <p>カードを出したときに見えない色(裏の色)を当てる確率は？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表のカードを当てるのと同じで、裏の場合も $1/2$ で当たる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・教師はゲームの内容及びルールを生徒に説明する。 ・生徒は確率の求め方がわかっており、既習事項を使って簡単な確率を解決することで今までの復習する。
	<p><ゲーム の内容及びルール> ゲーム と同様に(箱の中に) 3種類のカード(赤赤・赤青・青青)が1枚ずつ入っている。 『取り出し役(親)』が(箱の中から)1枚のカードを取り出し、表のカードを『当て役(子)』に見せ、『当て役(子)』がカードの裏の色を当てる。</p> <p>カードの裏の色を当てる確率。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・やっぱりカードの裏の色を当てる確率は $1/2$ ではないか。 ・今度の問題では、もしかするとカードの裏の色を当てる確率は $1/2$ ではないかもしれない。 ・カードの表の色がわかっているから当てやすいかもしれない。 	<ul style="list-style-type: none"> ・教師はゲームの内容及びルールを生徒に説明する。 <p>(ゲーム との違いは、表の色が見えているか、見えていないかにある。)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・生徒が問題に対して直観的にどのように感じているかを問う場面であり、深くは理由を追究しない。
疑問を生じさせる	<p>教師が『取り出し役』、全生徒が『当て役』となり実験を数回(3回程度)行う。</p> <p>実験結果から、カードの裏の色を当てる確率は $1/2$ になりそうですか？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・やっぱりカードの裏の色を当てる確率は $1/2$ になりそうだ。 <p>教師(MT)が『取り出し役』、もう一人の教師(ST)が『当て役』、(MTの補助(カードを切る役)として生徒3名に1名ずつ順に協力してもらい)実験を数回(30回)行う。</p> <p>実験結果からどんなことがいえるか？ (当てるための秘訣があるのだろうか？)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・STはよく当たっている。 ・自分たちよりも当たる確率が高い。 ・STはただ表の色と同じ色を答えていただけだ。 ・表と同じ色を答えれば当てることができるのかもしれない。 ・表と同じ色をいうとどうして勝てるのか？ 	<ul style="list-style-type: none"> ・全生徒が『当て役』になって実験を行うことにより、ゲームのルールを再確認する。 ・3回の結果を教師がまとめる。またそのとき、全生徒に当てることができたか、当てることができなかったかの意思表示をさせる。 ・STは生徒よりも裏の色を当てることができる(色当て名人)として登場する。 ・STは表と同色を答える。 ・当たったときは、当たらなかったときは×として実験結果をまとめる。 ・STが当てることが多かったと

ST が同じ色を答えて当たるが多かったのは偶然なのか？

いう事実に着目させる。
 ・ ST が表と同色を答えていることに気づかない場合は、当てる秘訣がないかを投げ掛ける。

・ 本当に同じ色を答えると当たりやすいのかを投げ掛け、実験によりそれを事実として確認することにつなげる。

実験により同色を答えた方が当たりやすいかどうかを再度確認する

表と同じ色を答えると本当に当たりやすいかどうかを実験によって確かめてみよう。(1グループ 15回)

記録用紙

回数	表の色	答えた色	裏の色	当たったか
1				
2				
3				

14				
15				
当たった回数				

実験結果からの何がわかったか

・ ここでの実験の目的は、本当に同じ色を答えたときに裏の色が当てやすいかを生徒自身の手で確認させることにある。

・ 3人程度を1グループとし、『取り出し役』『当て役』『切り役』の役割を明確にしてから実験を行う。また、『当て役』が記録者を兼ね、『切り役』は公正なゲームをするために位置づけられることを確認する。

・ 実験器具および記録用紙を配布する。

・ グループの中で3つの役を決定させる。

・ 記録者の用紙を全員が書き写して、実験に対する考察を個々に記入する。

記録用紙

回数	表の色	答えた色	裏の色	当たったか
1	赤	赤	赤	○
2	青	青	赤	×
3	青	青	青	○

14	赤	赤	青	×
15	赤	赤	赤	○
当たった回数				9回

実験結果からの何がわかったか

- ・ 表と同じ色を答えたとき、当たったのが9回で、はずれたのが6回だった。
- ・ 表と同じ色を答えたら、当たりやすい

本時のねらい
 表と同じ色を答えるとなぜ当たりやすいのかという疑問を生じさせる。
 確率的現象の不思議さを体験させ、生徒の興味関心を覚醒することで次の授業の論理的分析へとつなげる。

まとめ

表と同じ色を答えたら裏の色が当てやすいことを再度確認する。

どうして表の色と同じ色を答えたら裏の色が当たりやすいかを確率の考え方を使って調べてみよう。

・ 表の色が見えているときと、見えていないときでは当たる確率が変化すること、または ST が表の色を手がかりにして色を当てていたことに触れ、確率的現象の不思議さを感じさせる。

・ 最後に「どうして当たりやすいのか」「なぜ当たりやすいのか」を投げ掛けることで本時の余韻を残し、次の授業の方向性を示唆する。

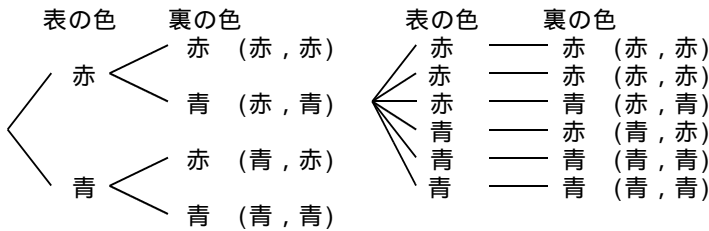
第2学年「確率」赤青カードの問題 (6/9 時間)

	学 習 活 動	教師の指導援助及び留意点																																																			
前時の確認	<p>赤青カードでは、カードの見えていない色(裏の色)を当てるためにどのような秘訣があったか？</p> <ul style="list-style-type: none"> 表と同じ色を答えたら、裏の色が当たりやすい。 	<ul style="list-style-type: none"> 赤青カードの実験において、見えている色(表の色)と同じ色を答えたら、見えていない色(裏の色)が当たりやすいことを確認する。(表の色が見えている場合は、当たりやすくなることを確認する。) 																																																			
なぜ表の色がわかっていると当たりやすかについて考える	<p>どうして表の色と同じ色を答えたら裏の色が当たりやすいかを確率の考え方を使って調べてみよう。</p> <p>これまでにどのような方法で確率を求めてきたか。</p> <ul style="list-style-type: none"> すべての起こる場合とあることがらが起こる場合が何通りあるかを考えた。 <p>表の色で起こるのはどんな場合があるかすべてみつめよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 赤と青が出る場合がある。 赤、赤、赤、青、青、青の6通りがある。 <p>表の色と裏の色の2つを考えたとき、どんな起こり方があるか全部みつめてみよう。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>A</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="text-align: center;">表の色</td> <td style="text-align: center;">裏の色</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">赤</td> <td style="text-align: center;">赤</td> <td>(赤, 赤)</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">青</td> <td>(赤, 青)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">青</td> <td style="text-align: center;">赤</td> <td>(青, 赤)</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">青</td> <td>(青, 青)</td> </tr> </table> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>B</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="text-align: center;">表の色</td> <td style="text-align: center;">裏の色</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">赤</td> <td style="text-align: center;">赤</td> <td>(赤, 赤)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">赤</td> <td style="text-align: center;">赤</td> <td>(赤, 赤)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">赤</td> <td style="text-align: center;">青</td> <td>(赤, 青)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">青</td> <td style="text-align: center;">赤</td> <td>(青, 赤)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">青</td> <td style="text-align: center;">青</td> <td>(青, 青)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">青</td> <td style="text-align: center;">青</td> <td>(青, 青)</td> </tr> </table> </div> </div>	表の色	裏の色		赤	赤	(赤, 赤)		青	(赤, 青)	青	赤	(青, 赤)		青	(青, 青)	表の色	裏の色		赤	赤	(赤, 赤)	赤	赤	(赤, 赤)	赤	青	(赤, 青)	青	赤	(青, 赤)	青	青	(青, 青)	青	青	(青, 青)	<ul style="list-style-type: none"> 異色のカード1枚と同色のカード2枚に着目する生徒が出てきた場合はそれを認めつつ、ここでは今まで学習してきたすべての場合を見つける方法で解決することを促す。 A, Bの他の考え方として、次のようなことも考えられる。 <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="text-align: center;">表の色</td> <td style="text-align: center;">裏の色</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">赤</td> <td style="text-align: center;">赤</td> <td>(赤, 赤)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">赤</td> <td style="text-align: center;">青</td> <td>(赤, 青)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">青</td> <td style="text-align: center;">赤</td> <td>(青, 赤)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">青</td> <td style="text-align: center;">青</td> <td>(青, 青)</td> </tr> </table> <p>これはAと似ているが、カードに着目してものだと考えることができる。</p>	表の色	裏の色		赤	赤	(赤, 赤)	赤	青	(赤, 青)	青	赤	(青, 赤)	青	青	(青, 青)
表の色	裏の色																																																				
赤	赤	(赤, 赤)																																																			
	青	(赤, 青)																																																			
青	赤	(青, 赤)																																																			
	青	(青, 青)																																																			
表の色	裏の色																																																				
赤	赤	(赤, 赤)																																																			
赤	赤	(赤, 赤)																																																			
赤	青	(赤, 青)																																																			
青	赤	(青, 赤)																																																			
青	青	(青, 青)																																																			
青	青	(青, 青)																																																			
表の色	裏の色																																																				
赤	赤	(赤, 赤)																																																			
赤	青	(赤, 青)																																																			
青	赤	(青, 赤)																																																			
青	青	(青, 青)																																																			
妥当性を考える	<p>この樹形図から何がわかるか？(見えるか？読み取れるか？)(何を調べていたのか？規則性はないか？パターンはないか？)</p> <ul style="list-style-type: none"> Aの場合...表裏が同じ色で起こる場合と違う色で起こる場合があって、それぞれ2通りずつある。 Bの場合...表裏が同じ色で起こる場合と違う色で起こる場合があって、それぞれ4通りと2通りだ。 <p>ここから何がわかるのか？</p> <ul style="list-style-type: none"> 表裏が同じ色で起こる確率がわかる。 どうして表と同じ色を答えたら当たりやすいかわかる。 <p>A, Bそれぞれの場合で確率を求めてみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> Aの場合...起こり得る全ての場合が4通りで、同じ色を答えて当たるのが2通りあるから2/4で1/2になる。 Bの場合...起こり得る全ての場合が6通りで、同じ色を答えて当たるのが4通りあるから4/6で2/3になる。 <p>どちらが正しいといえるのか？</p> <ul style="list-style-type: none"> Aの場合だと当たる確率と当たらない確率は五分五分だから実験結果と矛盾しているのではないか。 Bの場合だと当たる確率は2/3だから、実験結果と合っている 	<ul style="list-style-type: none"> A, Bのどちらが正しいかはここでは明らかにしない。 生徒が自分で描いた方の樹形図から何が読み取れるかを考えさせる 同色の組合せが、同色を答えて当たる場合であることを気づかせる。 																																																			

のではない。

同様に確からしいについて

Aの考え方は正しいように見えるけど、どこがおかしいところがあるのかな？



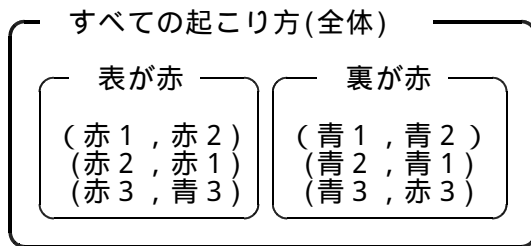
- ・ Aの場合は赤赤が1本しかないけど、Bの場合は2本ある。
- ・ Aの場合は青青が1本しかないけど、Bの場合は2本ある。

重みと同じ時とき、「同様に確からしい」という

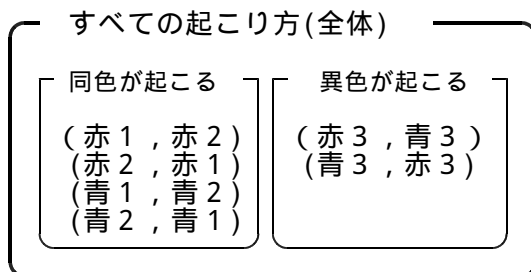
表と裏の起こり得る場合を生徒がどのように考えるかによって、授業の展開は変わってくる。
 生徒がAの考え方の場合は、教師とともにその考えが妥当かどうかを判断する中で、それぞれの起こり得る場合の「重み」について考えていく。
 生徒がA、Bなどの複数の考え方を示してきた場合は、それをどちらが妥当化を判断する展開となる。このとき実験結果と重ねながら、Aにはもれがあるのではないことを考えさせてもよい。ただし、教師は生徒がそれぞれの考えを比較できるように留意しなければならない。(そのひとつの例を右の欄に示している)

(時間がある場合はゲームでの「起こり方」を標本空間で考える)

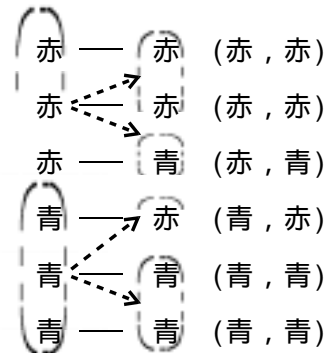
標本空間をまとめる。



標本空間から同色が起こるものがどれかを問う。



- ・ Bの樹形図と比較しながら考えるように促す。



- ・ A, Bの樹形図を比較しながら、重みについて考えさせ、「同様に確からしい」の意味とその重要性を理解させる。

本時のねらい

赤青カードでの2つの考え方をもとに、「同様に確からしい」ことの意味や重要性を気づかせ、理解させる。同様に確からしいことを考えて、樹形図ですべての起こり得る場合をかき出すことができるようにする。

- ・ すべての場合を整理しさえすれば、確率を捉えることができる。その方法として樹形図や標本空間の考え方がある。

- ・ いくつかの練習問題を解かせることで体験的に理解させる。

- (1)裏が赤である確率
 - (2)表が青である確率
 - (3)表が青かつ裏は赤である確率
 - (4)表が青のときその裏が赤である確率
- (3), (4)の区別に注意する。

- ・ 標本空間で考えても、同色の方が多いことに気づかせる。または確率を求めることができることを確認する。

- ・ 標本空間を明らかにすることで、新しい問題が作れることなどを実感させる。

- ・ 何も情報が与えられていないとき、裏が青の確率は 1/2、また同様に裏が赤の確率は 1/2 である。しかし表が青だとわかっていたら、裏が青である確率は 2/3、また同様に表が赤だとわかっていたら、裏が赤である確率は 2/3 となる。よって情報が与えられることより確率が変化する不思議さに気づかせたい。