

《翻 訳》教育における数学をコミュニケーションの方法として

正当化することについて

JUSTIFYING MATHEMATICS AS A WAY TO COMMUNICATE

Carl Winsløw

Royal Danish School of Educational Studies

布川和彦訳

ある問いに対するその人の回答を知りたいときに、別の問いを尋ねてみることに役立つ場合がある。学科としての数学の性質を人がどのように捉えているかを知りたい場合には、特にこのことが当てはまると筆者は信ずる。「数学とは本当のところ何ですか？」とか、あるいはこれに類する他の問いを尋ねる代わりに、次のように問うて見るのである；「(あなたの) 子どもに数学を教えるべきでしょうか？ どうして教えるべきなの(教えるべきではないの) ですか？」

もちろん論理的には、一般教育の中で数学に与えるべき役割(そうしたものがあつたとして)についての真面目な意見は、数学についての捉え方、あるいは「数学の哲学」に依存するに違いない。しかし、専門の数学者¹も含め、多くの人々は、現象²としての数学

に対する自分の見方を抽象的な言葉で述べることを実際は望まなかったり、それができなかったりするであろう。こうしたことにも関わらず、彼らは学校での数学についてははっきりとした見方を表明するようである。少なくとも学校数学についての自分の経験についてはそうである。したがって、こうした見解を注意深く分析することは、数学について共通してみられる諸見解を吟味するための自然な出発点となろう。数学教育の正当化についての実りある議論をするための枠組みを確立することを(本稿のように)目指す場合には、今度はこの諸見解を考慮に入れなければならない。つまり、実りあるようにするためには、この枠組みは、できるだけ多様な見方や経験に対して開かれていなければならないのである。これに加えて、それは同時に普遍的でかつ特定のでないなければならない。教育の部分を成している、あるいは成すであろう他の学科と数学の関係を議論することを可能にする、という意味で普遍的なのであり、数学の重要な特性を記述することを可能にする(そして、教育的活動のいわば一般的利点を記述するだけでない)という意味で特定のなのである。

こうしたことより、答えを吟味することで

¹ 専門の数学者とはここでは、数学の研究と/あるいは教育を職業とする人を単純に意味している。

² 小規模ではあるが、この問いを大学の数学の学生と現職の数学の教師に試みたことがある。数学とは何かについての典型的で各種の立場に沿った見解のリストに筆記あるいは口頭でコメントを求めた。何も見方を書けなかった者、現実には対立する立場に同時に賛成する者などがいたが、多くの者は問題そのものについて困惑を表わした。「数学者は...基礎に対する関心を欠くことで有名である」(Higginson, 1979) と

言われるが、このことは認識論的な側面にも当てはまるようである。

本稿を始め、正当化問題（を議論するための枠組み）を定式化することで締めくくりたい（ある方向性に沿ったより詳細な議論は Winslow (1998) を参照）。本稿は、将来の数学の教師や研究者を教育することの正当化に関わるものというよりも、主として一般の数学教育の正当化に関わるものであることに注意されたい。

答えの三つのタイプ

教育における数学の位置についての議論は、以下のような三つのタイプにグループ分けすると便利であろう；

- I. 学習者の個人的、「内的」生活における数学の機能に触れた議論。
- II. 学習者の直接的な (immediate) 社会的関係における数学の役割に触れた議論。
- III. 教育システムや社会（例えば国家）といった、社会的相互作用の「グローバルな」領域における数学の機能に触れた議論。

多かれ少なかれ純粋にタイプ I である議論が極めて普通であろうが、それらはしばしば幾分か伝統的であるように見える。タイプ II の議論は普通はタイプ I の要素を含んでおり、タイプ III の議論はタイプ II の要素に基づくざるをえない。

タイプ I の議論

ここではタイプ I の普通にみられる見方を取り上げる。それらは数学に対する肯定的および否定的態度のペアとしてグループ化されている。

- I₁⁺. 数学は論理的思考についての優れた訓練を与える。
- I₁⁻. 度を過ぎた数学は感情面を害する；「数学は心を干からびさせる」(Flaubert: *Bouvard et Pécuchet*, 1881)。
- I₂⁺. 数学は理性的思考や疑いないの知識の優れた領域である。
- I₂⁻. 「真理」についての数学的捉え方の厳密

性は、独断的態度や非合理性を促進する。

- I₃⁺. 数学の美はすべての人に与えられるべきである。「美こそ第一の検証であり、醜い数学にはこの世の中に永遠の居場所は存在しない」(Hardy, 1940)。
- I₃⁻. 数学について面白いことは全くといっていいほど存在しない (Jüsgensen: Tegninger, 1919)。

驚くことではないが、このうちの「肯定的な」見方が専門の数学者により頻繁に表明されてきたのに対し、「否定的な」見方は「人文主義的文化」において普通に見られる（アカデミックな文化のこうした捉え方については Snow (1964) を参照）。しかし注意しなければならないのは、もう少し中立的な見解においては、両者がある程度一致しているということである。それらは大雑把には以下になる。

- I₁. 数学は思考の感情的様式よりは分析的様式を活性化する。
- I₂. 数学的な真理の捉え方は厳密であり、数学的真理について納得するためには特別の心的活動が要求される。
- I₃. 数学は活動として喜びとその逆の双方を与えうる³。

これらの3つの見解は十分に中立的であり、先に述べた6つの支持者の多くから受け入れられるものと思う。またそれらは十分有意義な内容となっており、元々の主張の重要な本質は捉えていると思われる。

タイプ II の議論

タイプ I の個人的で心理的な方向性から離れて、ここでは、学習者と他の人々との間の社会的相互作用において数学が現れる仕方について考えてみる。もちろんこれらは、I₁⁻

³ [訳注] 3 番目については、「数学は何らかの感性上の影響をもたらしうる」などとした方が適切のように思われる。

の議論から導かれるような、否定的な間接的効果に言及することもありうる。しかし実際には、数学教育の正当化をしないという方向性は、この点については沈黙により態度を表明したり、日常の社会的相互作用における数学の重要性を明らかに否定することにより態度を表明することの方が多い。したがって、このタイプの主な議論は、存在するとすれば、概して正当化を支持するものとなる。以下に典型的な項目をあげるが、おおよそ下に行くほど馴染みの薄いという順になっている。

II₁. 算術でのリテラシーに当たるものとしてのニューメラシーは、値段、利子、税、測定などの数的現象を扱うために必要である（社会文化的文脈におけるこうした応用についての興味ある研究については、Saxe (1991) を参照）。

II₂. 幾何学の諸観念は、我々の物理的環境における形についての直観的アイデアを記述したり分析するのに、あるいはこうした形を作ること（あるいはデザインすること）に関して議論するのに有用である。ユークリッド幾何学の伝統的な応用の他に、数値データなどがグラフの形で提示されることも多いが、これはニューメラシーの幾何学版を反映している。

II₃. 数理論理学の基礎を理解することは、法律やプログラミングといった数学外の文脈におけるフォーマルな議論を理解したり算出するのに有用である（これはむしろ I₁⁺から直接導かれる。より詳しい議論は例えば Higginson (1978) の 108 ページ以降を参照）。

II₄. 現象の確率論的記述は、今日では、多くの日常的な出来事や決定において多かれ少なかれ明らかな要因となっている。降雨確率つきで雨を予想する天気予報、様々な種類のゲームやくじ、病気で生存するチャンスについての見積もりなど。組み合わせ論や確率論の諸要素は、他者

とこのような現象についての議論を、起こりやすいあるいは起こりにくい何かについての直観的アイデアを与えるよりも、もっと確かな基礎の上においてくれる⁴。

II₅. 速度や成長、最適化といった、我々の技術 - 自然的 (techno-natural) 環境におけるプロセスとの結びつきで生ずる多くの概念は、そのより完全な理解のために、微積分学や線形代数の初歩を必要とする。私が思い出すのは運転講習の理論的部分からのもので、自動車のブレーキを利かせる前の速度の関数としての停止距離の公式である⁵。インストラクターを含め、参加者にとってそれは全くのミステリーと見えたようである。

上のリストは特に、算術、幾何学、論理、組み合わせ論、確率論、統計、微積分学、線形代数といった数学の領域のリストを示している。実際、それらは多くの国で、大学の導入レベルまでの数学のカリキュラムの核を成している。したがって、それらが正当化の議論に現れるのは全く自然なことであるし、それ自体は主張する人の[数学的；訳註]知識に必然的に基づくことになる。またリストの下に行くほどそれは現れる頻度が低くなる。というのも、述べられている領域の知識を持っている人の数が少なくなる(そのため、一般の社会なやりとり、特に正当化の考え方においてその領域が現れることが少なくなる)からである。

⁴ ここから導かれるタイプ III の議論に移行すると、これに関わってよく言われるフレーズになる；「統計的思考はいずれ、読み書き能力としてよい市民にとって必要となってくる」。これはしばしば（誤って）H. G. Wells によると考えられている。Tankard (1979) を参照。

⁵ ブレーキングが一定の（負の）加速度でなされると仮定すると、停止距離は速度の 2 乗に比例する。微分と今の文脈におけるその解釈に慣れている読者は、これを容易に理解されるであろうし、比例定数も同時に見つけるであろう。

純粹に日常的な必要性を述べているのは、 I_1 と II_2 (のある程度) だけであり、他の議論は、出来事が何らかの形で日常的な社会的領域に現れたときに、その出来事やその解釈を「理解する」ために必要とされるものに言及している。実際、初等レベルの算術と幾何学の何らかの初歩を、全ての人に教授することの正当化を否定する人はほとんどいないであろう。少なくとも、容易に近づけるような文脈を用意し明示した上でそうした教授を行う限りにおいては。

タイプ III の議論

ほとんどの国において教育は、政府という形で社会によりある程度コントロールされており、また少なくとも部分的には財政的に支えられている。そこで、教育のある部分の正当化は、教育の他の(有益な)諸部分に対してその部分が果たす役割を通して、直接あるいは間接的に社会がその部分から受け取る利益により、基礎づけられることが多い。こうした議論がタイプ II やおそらくは(結果的に)タイプ I の議論に基づくに違いないことは、明らかであるように思われる。なぜなら、マクロな社会的レベルでの教育の効果は、(「ミクロな」)社会的相互作用の出来事を通してのみ起こり、現れうるからである。そのため当然のことながら、タイプ III への言及は非常に暗黙的なものになるであろう。

以下のタイプ III の議論は筆者にとっては特に重要と思われるし、実際は数学の意義についての議論の様々なレベルで見出される。タイプ II の場合と同様、ここでも沈黙は否定的な見解を表明する一つの方法であるが、以下には批判的な見解も自然に現れてきている。

III₁. 数学は、教育の一部たるべき他のいくつかの教科において必要な道具である。この方向での特別な態度は典型的には次のようになる ; 「自然科学や社会科学、医

学、農学、産業が数学に求めているのは、問題解決の実践的な技芸である。[中略] ほとんど全ての生徒にとっては抽象的な理論的数学は、彼らの教育において贅沢品であり必需品とはならないままであろう (Lemke, 1990, p. 164)。「必需品」が何を意味するのかは述べられていないので、これ自体は、こうした贅沢品に対する他の議論を排斥するものではない。

III₂. 数学を学ぶ能力は、生徒の知能全般の正当で実地的な尺度として用いることができ、したがって、教育や労働市場の文脈の双方において生徒を選別する道具を与える (Daivs & Hersh (1986) の pp. 99-104 を参照 ; そこではこのメカニズムが特定された上で非難されている)。

III₃. 我々の(社会的および物理的)環境を記述したりデザインする際の数学の役割は、初等教育以後のレベルにおいて、数学を、民主主義の全ての市民にとって必要な知識としている (Niss, 1994)。

III₄. 近年、社会的現象に対して数学が行使するフォーマット力 (formatting power) のことが指摘されている。特に、経済モデルや軍事テクノロジーの開発などにおける数学の役割に見られるような、ある種の「非人間化」の効果が指摘される。「数学が社会の深層構造の一部となっている」(Skovsmose, in press) ので、数学の知識やそれが影響を与える諸現象は、事実的な知識としてだけではなく、学問分野としての数学についての批判的で反省的な見方を促すような仕方で教授されねばならない⁶。

III₅. 「我々の数学のアイデアは、我々の肺

⁶ 批判を考慮した (Skovsmose, 1994) または政治的指向性をもつ (Melin-Olsen, 1988) 数学教育というアイデアは、初等レベル以後の数学自体のトレーニングと結びつかないと、考えにくい。

がこの惑星の大気に合っているのと同じ理由で、この世界に適合している」(Hersh, 1979)。数学は、人間の諸条件(のある側面)の性質についての、何世紀にも渡る人間の熟考の結果であり、それ自体、人間が追求するのが自然と思われる洞察を表現している。もう少し具体的に言えば、例えば我々の環境をどのように記述するかについての、経験の総和を我々に与えてくれる。こうした経験を学ぶことは、それぞれの世代がそれを楽しむさらに発展させることを可能にする(この議論は[「人間が追求するのが自然と思われる洞察」とか「それぞれの世代が享受」すべき経験]という意味では; 訳注]しばしばタイプ I のアイデアに根差しているが、数学の発展は社会的あるいは究極的には地球規模の企てであるので、それはまさにここに属する。)

まとめると、一般に数学を教授することは、次のような理由で、マクロな社会的レベルにおいて正当化される(とみなされる); 教育の他の教科における道具としての利用; 教育や社会における「フィルター」としての利用; 民主主義を促進するその役割; 社会の批評のために必要なものとして; その内容が人間の自然な向上心の結果であり、さらなる発展の出発点であるという点から。他のタイプ III の議論も確かに目にするのだが、(数学や数学教育のコミュニティの外で)最も広く見かけるものは、最初の二つのカテゴリーの中に入ってくるであろう。

社会言語学的枠組み

以上においては、一般の数学教育との関わりで普通に見られる議論の、中立的で包括的なリストを考えてきた。ここでは、それらをまとめて吟味するための枠組みを定式化してみよう。

タイプ I からタイプ III へと移動すると、個人的で「心的」な観点から、相互作用的で「社会的」な観点への移行があることに気づく。これは、教育(一般大衆へと拡張されてきた)と社会(徐々に「数学化」されつつある)双方の歴史的発達に対応している(徐々に「数学化」される発展についての優れた論評については Davis & Hersh (1986) を参照)。それは数学の哲学の発達においても対応する部分を持っている(例えば Hersh (1979) や Ernest (1994) を参照)。つまり、数学の内的で「心的」構造のあたりを中心としていたものが、この学問分野の社会的側面に焦点を当てるようになっている。タイプ III の議論に合わせるためにも、我々の枠組みにはこうした発展を統合しなければならない。

ここで、社会的相互作用の根本的条件、すなわちコミュニケーションから出発するのが、最も自然であろう。数学はそれをどのように促進するであろうか。コミュニケーションのチャンネル、すなわち(非常に一般的な意味での)言語を提供することによってである。しかし、通常の言葉は、その利用の様式(言語使用域⁷)の莫大な変種を持つにも関わらず、なぜ社会的相互作用にとって十分ではないのだろうか? 多くの非言語的な「言語使用域」が文明の重要な部分となっていることは、よく知られている。例えば少しあげると、音楽、ダンス、建築、道具のデザインなどがある。まさに同じ意味で、数学もある言語使用域を与える。それは、ある程度は言葉に基づいていると同時に、(上であげた例と同様)あるタイプの人間のアイデアに対する媒体を提供している。実際、タイプ II の議論は、具体的な相互作用の様々な文脈での、この言語

⁷ [訳註] 氏の他の論文では、言語使用域(register)は次のように説明されている; ある目的のために言語を使用する体系的方法 (Winslow, in review, p. 9)。

使用域の役割を例示している。そこでは、数学的言語使用域の特定の部分と、それが現れる文脈のいくつかを指摘することで、数学的言語使用域が、言葉の使用域では得られないような厳密さをもって、量や図形についてのアイデアを表現する手段を与えることが示されている。また、多くの人々にこの種の言語的技量を与えることの、地球規模での効果が、タイプ III の議論で分析されている。

数学がコミュニケーション的あるいは言語的現象として考えられるとすると、タイプ I の議論はどうなるであろうか？教育あるいはその正当化についての議論が本当に社会的でコミュニケーションに基づいた活動である、という点を少し脇においておけば、こうしたタイプ I の議論は、社会的文脈で示されるコミュニケーション能力というよりも、学習者により獲得される思考の様式について語っている。ここでポイントとなるのは、言語は思考のための必要条件ではないとしても、少なくとも思考と密接に関わりあっている、ということである（例えば、Austin & Howson (1979) のセクション 4.2 を参照）。何らかの方法で表現されない（つまり何らかの言語使用域においてコミュニケーションされない）思考は、他者にとっては知られないままであり、したがって正当化の目的にも利用することができない。結局、タイプ I の議論は、タイプ II の（社会的相互作用の）設定において出現することに、依拠せざるをえない。このことを念頭におくと、上であげたタイプ I の見方は、本質的には心理言語学的であると考えることができ、この意味では、それらはすべて、数学的言語使用域の閉鎖性、つまり外的に意味的参照を確立することができず、その結果、意味的「ノイズ」がない、ということから導かれている（Rotman (1988) および Winslow (1998) を参照）。このことは実際は、数学的言語使用域自体の、またそれのみを用いるコミュニケーションの、根深い根本的な

性質なのである。しかし、数学の教授や研究という文脈でのフォーマルなエピソードの外側では、それを用いたコミュニケーションは、ほとんど例外なく、他の言語使用域にもまた基づいている。数学的言語使用域がその驚くべき「応用性」を示すのは、言語使用域の交代や混合、さらには混同すら起こるような、このグレー・ゾーンにおいてなのである。数学的言語使用域のこの二面的性格は、III₅ の引用に照らしてみると理解されよう。

最も特定の、つまり数学が最もはっきりと具体的に現れている議論が、タイプ II のものであることに気づく。タイプ I と III の議論はより普遍的であり、その多くは、「数学」の部分のを他の教科の名前に置き換えても、意味を持ちそのまま用いることができる。既に見たように、結局のところはタイプ II の議論に言及せざるをえない。タイプ II のリストをまとめた以下の表を見ても分かるように、タイプ II の議論は、その性格が最も明らかに「言語的」なものとなっている。

	数 学	言語行為	社会的現実
II ₁	算術	「ニューメラシー」(利用する)	数 値 的 現 象
II ₂	幾何学	記述する、デザインする	形、量
II ₃	論理学	理解する、産み出す	フ ェ ェ マ ル な 発 言
II ₄	確率論	厳密に議論する	ランダムな現象
II ₅	微積分学、線形代数	理解する、取り扱う	技 術 - 自 然 的 プ ロ セ ス

明らかにこの表は、社会的現実の文脈における数学的言語使用域の利用の、完全なリストを示したものではないし、また固定した状況を記述したものとしてとらえられるべきでもない。数学の利用は、その性質においてもそ

の範囲においても、常に変化している（例えば Davis & Hersh (1986) 参照）。しかしその長さや実際の中身とは無関係に、こうしたどのようなリストも同じパターンを示すであろう。つまり、数学の役割がコミュニケーションのチャンネルを与える、というパターンである。先に III₁ の議論で引用した Lemke の考え方は、科学教育が、創造的な数学的ディスコースに対する能力ではなく、課題に向けられた「自動化 (automated)」されたコミュニケーションのみを必要としている、と主張しているに過ぎない（この点は Winslow (in review) においてさらに議論されるであろう）。類似的な考え方は、外国語の教授についても、その外国に短い滞在をするという考え方に見ることができよう⁸。言うまでもなくこれは、一般教育における言語の教授についての観点ではない。

ここまでのところ、示された議論のうちの「肯定的な」ものを主として説明してきたように見えるかもしれない。では「あるいは III₄」のような、もっと「批判的な」ものについてはどうであろうか。簡潔に言えば、言語的能力は常に制限されており、同時に他の問題を含む側面を持つのである。19 世紀の言語学者 von Humboldt によれば、言語の多様性は「記号やシンボルの多様性ではなく、世界観 (Weltansichten) の多様性である (Stern (1983) の p. 204 に引用が見える)。数学的言語の世界観は確かに制限されており（例えば、情緒の表現を除外している）、この制限が心的（タイプ I）およびマクロな社会的（タイプ III）の双方に対してある種の帰結をもたらす。さらに、数学的言語使用域は、歴史的にも現在においても、しばしば「数学的文化」と呼ばれるものによって形成される。外国語

教育においては、「言語のカリキュラムは社会 - 文化的要素をも含まねばならない」（Stern, 1983, p. 262）ことが広く認められている。このことは、数学の教授に対しても、容易に拡張されうるであろう（学校数学の文脈における詳細なプログラムについては、Bishop (1988) を特に参照）。もしも数学の教授が、創造的な数学の社会学や歴史についての経験や熟考を促進しないのであれば、それは不毛で、正当化不可能な出来事になってしまふであろう。

一般の正当化問題

数学は一般教育のほとんどのシステムにおいて主要な教科であるが、それが唯一のものであるシステムもないであろう。通常教えられている他の科学的教科における数学の具体的な利用については、すでに触れた（例えば III₃-III₅ および III₁）。しかし、正当化の問題が生じてくる本当の理由は、非常に異なる教科、例えば歴史と数学の比較が必要になることである。なぜなら、全ての教科は原理的にはその優先性を競っているからである。この問題は対象となる生徒の年齢があがると、生徒自身が選択する自由や能力が向上するために、あまり問題にならなくなる。しかし、教科が強制されている状況では、「公式の」選択が必然的になされていることになる（通常は暗黙的にであろうが）。こうした「公式の」選択が、因習あるいは伝統によって、永遠に数学を偏愛してくれる、ということは期待できないであろうし、またカリキュラム改革は、短い間隔で次々に行われているように見える。新たな電子メディアに結びついた新しい学問分野も、教育システムの全体に進出しつつある。

数学を言語的にとらえることは、本稿でも、また他の多くの場面で議論されてきた（本稿の参考文献の多くを含む）が、それにより数学とその競争者の社会的価値を比較すること

⁸ [訳註] この点については、特定場面の（例えばウェーターとしての）紋切り型の会話を学ぶという比喻の方がわかりやすいかもしれない。

が可能になろう。少なくとも、タイプⅠからⅢのそれぞれ個別の主張よりは、かなり高い程度で可能となると思われる。このようにして、数学は「一般の正当化問題」に関わってくることとなり、我々は次のように問うことができる；数学的言語使用域における技量の発達はどの程度

- I. 学習者にとって個人的に有益なのか？
- II. 他者との（受動的な、能動的な）コミュニケーションのためのその人のリソースを向上させるのか？
- III. 教育と社会にとって一般に重要なのか？

次のようなより一般的な問いに対する答えという点から、数学的言語使用域は、他のタイプの（言語使用域についての）コミュニケーション的知識とどのように比較されるのか？その問いとは；「全ての人々にどのような社会的能力を提供したいと望むのか？」

明らかにこうした方向性は、数学のコミュニティ全体に対して、大きな挑戦を示している。「永遠の真理の護衛」といったストイシズムを捨て、社会的価値についての通常の議論に数学者として参加する準備が、我々にあるだろうか？

テクノロジーの発達において「数学が見えなくなっていること」(Niss, 1994) を単に嘆かわしい事実としてのみ考えることはできない。それは、数学と公衆との間のコミュニケーションという緊急の課題の一部として、とらえられねばならない。この課題に応えるためには、数学（特にその教育の分野）は、現代の人々が相互作用するための方法としての数学の可能性を、発見し、探求し、そして宣伝しなければならないであろう。

引用文献

- Austin, J. L. & Howson, A. G. (1979). Language and mathematical education. *Educational Studies in Mathematics*, 10, 161-197.
- Bishop, A. (1988). *Mathematical enculturation*. Dordrecht:

- Kluwer.
- Davis, P. J. & Hersh, R. (1986). *Descartes' dream: The world according to mathematics*. London: Penguin. (デカルトの夢 (棕田直子訳). アスキー.)
- Ernest, P. (1994). The dialogical nature of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics, education and philosophy* (pp. 33-48). London: Falmer.
- Hardy, G. H. (1940). *A mathematician's apology*. Cambridge: Cambridge University Press. ある数学者の生涯と弁明 (柳生孝昭訳). シュプリンガー・フェアラーク東京.)
- Hersh, R. (1979). Some proposals for reviving the philosophy of mathematics. *Advances in Mathematics*, 31, 31-50.
- Higginson, W. (1978). Language, logic and mathematics: Reflections on aspects of education and research. *Revue de Phonétique Appliquée*, 46/47, 101-132.
- Lemke, J. L. (1990). Talking science. Language, learning and values. Norwood, NJ: Ablex.
- Melin-Olsen, S. (1988). *The politics of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Niss, M. (1994). Mathematics in society. In R. Biehler et al. (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 367-378). Dordrecht: Kluwer.
- Pimm, D. (1986). *Speaking mathematically*. Oxford: Basil Blackwell.
- Rotman, B. (1988). Toward a semiotics of mathematics. *Semiotica*, 72, 1-35.
- Saxe, G. (1991). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Skovemose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Skovemose, O. (in press). Aporism: Uncertainty about mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*.
- Snow, C. P. (1964). *The two cultures*. Cambridge: Cambridge University Press. (二つの文化と科学革命 (松井巻之助). みすず書房.)
- Stern, H. H. (1983). *Fundamental concepts of language teaching*. Oxford: Oxford University Press.
- Tankard, J. W. (1979). H. G. Wells quote on statistics: A question of accuracy. *Historia Mathematica*, 6, 30-33.
- Winslow, C. (1998). A linguistic approach to the justification problem in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 18(1), 17-23.
- Winslow, C. (in review). On the role of transformations in mathematics discourse. Preprint.

* 本稿は以下の文献に収められているものを、著者の許可を得て訳出したものである；

- Jensen, J. H., Niss, M. & Wedege, T. (Eds.). (1998). *Justification and enrollment problems in education involving mathematics or physics*. Roskilde University Press.

訳出にあたり脚註にあったものを一部本文に組み込むとともに、いくつかの訳註をつけている。訳出を快諾下さった著者の Winslow 氏にお礼を

申し上げるとともに、訳の不適切な個所や、上記の修正に伴う不備があれば、それらはすべて訳者の責任であることをお断りしておく。

著者の連絡先

Department of Mathematics, IMFKI
Royal Danish School of Educational Studies
Emdrupvej 115B, 2400 Copenhagen NV, Denmark
電子メールアドレス : cawi@dlh1.dlh.dk