

## 数学的問題解決の「ひらめき」に係わる

### メタ認知の働きに関する一考察

笹金 龍也

上越教育大学大学院修士課程3年

数学的問題解決の過程において、多くの人が「ひらめき」の瞬間を経験したことがあるだろう。問題解決者は、この瞬間に頭脳的な負担が非常に軽くなったように感じる。これは、解放感のみからくるものではなく、充実感、爽快感、達成感等も伴うものであり、「ひらめき」を経験することは、問題解決者にとってその後問題解決を行なっていく上での大きな活力となり、情意面に対しても肯定的な影響を与えることが期待できる。また、中学校学習指導要領解説数学編(文部科学省, 2008)に掲げられている目標の中には「数学のよさを実感し」(p.14)という記述が見られる。「ひらめき」という思考の状態がもたらす新たな発見、概念的枠組みの変化からは、数学や科学、自然科学等の分野でしか体験できない実感や喜びを体得することができる。これは数学が持つ特有の“よさ”に値するものであろう。こうしたことから、数学教育という立場からみても、「ひらめき」という思考の状態に対して探究していく研究には意義があるといえる。

今日までの数学教育の研究の変遷過程を見てみると、「ひらめき」という思考の状態に認知的側面から接近した研究はほとんど見られない。1950年前後、ゲシュタルト心理学の中で、「生産的思考」、「洞察」、「再構造化」等の用語を用いて、問題解決者が創造的な思考を働かせる場面における思考過

程を捉える研究が行われていた(Dunker, 1953; Koffca, 1988)。しかしながら、その「ひらめき」が何故起きるかということに対しては、いまひとつ妥当な結果は得られていないのが現状である。なぜならば、「ひらめき」という人間の一瞬の思考の状態は、言葉に出てきにくい上に、研究者側から見れば非常に捕まえにくいいため、その過程を見ることができず、結果しか見えない現象だからである。さらに、数学の問題解決という場面に着目すると、一つの「ひらめき」としていても、問題解決者と問題の双方に依存してしまうため(Dunker, 1953)、一般化されるまでの枠組みを確立することが非常に難しい研究課題なのである。そのため、20世紀後半からは、「ひらめき」のような一瞬の思考の状態に着目するのではなく、“問題解決を成功させるために必要な要素”を探究していく研究に推移していった。「リソース」「ストラテジー」「信念システム」「コントロール」等がその顕著な例であるといえよう。

しかし、このように問題解決の思考過程を捉える認知的な枠組みが徐々に確立されてきた今日、それらの枠組みを用いて今一度「ひらめき」という思考を捉えることが可能なのではないか、この問いが本稿の問いである。

「ひらめき」という思考の状態について考えてみると、それは問題解決者が「ひら

めき」の瞬間に、もやもやとした思考の状態から、一つの解決行動を決定または選択した瞬間であると推察できる。ここで、この“解決行動を決定または選択している”という点に着目しよう。数学教育の研究において、これまで解決行動の決定や統制を行うものとして“メタ認知”に関する研究が行われてきた。上の例で示したように、仮に「ひらめき」の瞬間が解決行動の決定や統制を行った状態であるとすると、その解決行動の決定は、自己の認知活動を統制し、コントロールするメタ認知による働きを受けたものであると考えることもできるのではないだろうか。

そこで、本稿の目的は、図形問題に取り組む問題解決者の思考の状態が「ひらめき」の瞬間に至る過程におけるメタ認知の働きを明らかにすることである。

## 1. メタ認知に関する先行研究

### 1.1 メタ認知の定義

「メタ認知」という用語の示す意味は、一般的に「自分の認知過程を認知する行為」と言われているが、Schoenfeld(1987)は「メタ認知」という語が伝わりにくい言葉であるとし、以下のように述べている：

用語「メタ認知」を日常語に翻訳すると、一つは「認知に関する考え」あるいは「あなた自身の考えについて考える」に似たようなものとなる。それらの定義はほぼ正確であるけれども、それらは有用的であるのに十分正確ではない。より正確には、メタ認知の研究は知的な行動の明確なカテゴリーでない、関連する三点に焦点が当てられた。

- ① 自身の思考過程に関する知識(自身の考えを記述することにおいて、どれほど正確であるか)

- ② コントロール、あるいは自己制御。(問題を解く際に何を行っているかをどれほど記述しているか。また、問題解決の行動を方向づけるための観察からくる情報をどれほどよく使っているか)
- ③ 信念と直観(数学についてのなんの考えが数学における仕事にもたらすかと、どれがどのようにあなたが数学をする方法を具体化するか)(pp.190-191)

Schoenfeld(1987)は自身の思考過程に関する知識やコントロール、信念や直観がメタ認知研究の焦点になると述べている。

また、我が国においても、1980年代後半からメタ認知研究が盛んに行われてきた。清水(1988)は、「メタ認知」の研究を行うにあたって、「認知」と明確な区別をするために、メタ認知と認知の定義を以下のように行なっている：

「認知」という語には、「ある主体が知ろうとする作用」と「ある主体が知りえた成果」の両方の意味が込められていることが多い。従って、「メタ認知」という用語にも「作用」と「成果」の二つの側面が想定できる。(中略)上述の二つの側面を区分し、「作用」の側面を、「自己の認知的行為を監視し、調整していく行為」の意味で「自己制御」と呼び、一方、「成果」の側面を、「自己の認知的行為に関する知識」の意味で「メタ認知的知識」と呼ぶ。(p.218)

重松(2010)は、図1のようにで認知とメタ認知、および、メタ認知的知識とメタ認知的技能の論理的関係を三段論法行程式によって説明している。

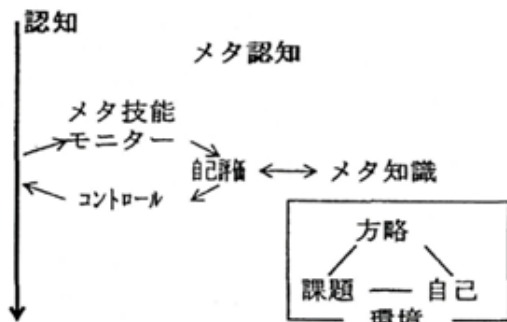


図1 認知とメタ認知の関連図(重松他, 2010)

特に、図1においてメタ認知が生起している過程を「モニター→自己評価→コントロール」というサイクルでモデル化している点は、各々のメタ認知的技能の規定等から見ても妥当な流れである(重松他, 2010)。

## 1.2 数学的問題解決過程におけるメタ認知の役割に関する研究

Schoenfeld(1987)は、メタ認知が問題解決過程でどのような働きをするかを、数学者と大学生の問題解決過程をエピソード分析によって比較する研究を行った。

問題解決の結果は、数学者は問題解決に成功したが大学生は不成功に終わった。Schoenfeld(1987)は、エピソード分析の結果から、以下に示す両者の問題解決の特徴を導いた。問題解決の不成功者である大学生は、終始問題解決に至ることのない一つの解法を延々と行い続けた。一方で、成功者である数学者はある解法に取り掛かり、その解法が問題解決に関係のない解法であると判断すると、また違う解法を考える、という行動を繰り返し行った。両者の解決過程の相違について、Schoenfeld(1985)は以下のように考察を行っている：

Schoenfeld(1987)は、数学者の成功と学生の失敗の間の相違は単元の知識における相違に帰することができない。学生

は何かを試みることに決め、そして決してそこから戻らなかったために、無駄な探索を行った。一方数学者は多くのアプローチをそれぞれ手短に行い、それらが機能しないと思われたならまた違うアプローチを試みた。

これらは自己モニタリングの効率的な使用と自己制御を行うことで数学者は、彼よりはるかに多くの幾何学の知識を有する多くの学生が解決し損ねた問題を解決した。(p.198)

Schoenfeld(1987)は、このように両者の解決の差は、単純に知識量の差ではないことを指摘し、この両者の解決行動の差には、メタ認知による働きが大きく影響していたと述べた。つまり、学生が1つの解法を行い、終始諦めずに取り組んだのに対し、数学者の問題解決過程をみると、ある解法を諦めるときには、その解決行動の限界を判断するメタ認知が働いたために、違う解決行動を取るという選択をすることができたということがいえる。Schoenfeld(1987)はこのように、実際の問題解決場面のエピソード分析を通して、問題解決を進めていく中で、メタ認知が大きな役割を担っていることを究明した。

## 2. 「ひらめき」に関する先行研究

「ひらめき」に関する研究はゲシュタルト心理学が盛んであった1950年代から行われていた。ケーラーはチンパンジーの実験を通して、ソーンダイクが提唱した試行錯誤説に対し、学習は洞察をもって遂行されるものであるとし、見通しを持つことが思考の構造を変化させることを示した。

Dunker(1953)は、数学的問題解決において、課題の構造を分解し、それを読み取った上で構造を再構成する「問題の最結構化」が重要な役割を果たしているとした。一方で、問題の最結構化を行うためには、知覚

レベルでの直観的機能が影響を与えるために、個人の持つ問題解決能力に依存するために、一般化することは難しいと述べている。

今井(1998)は、数学の問題への創造的思考力の育成は数学教育において重要な課題であるとし、数学の問題への「問題解決の構え」に着目して研究を行った。問題解決の構えとは、問題解決において、“こうした問題は、こういう方法で解くものである”という問題解決者が持つ信念のようなものである。今井(1996)は、研究の結果から、問題解決の構えに固着しないで思考した生徒は、問題解決の構えに固着して思考した生徒より、柔軟性や独創性に係わる思考の広さに優れていたという知見を得た。今井(1996)は、問題解決の構えをブレイクするためには、「次は今までのパターンとは違うパターンで解くことができるかもしれない。」と、自己の思考に対するモニタリングを効果的に働かせることが重要であると述べた。

以上のように、「ひらめき」に関する研究はこれまでも行われてきている。しかし、これらの研究は「ひらめき」の瞬間そのものに焦点を当てた研究ではない。本稿では、「ひらめき」の瞬間に焦点を当て、その瞬間の認知過程を明らかにしていく。

### 3. 問題解決者の認知過程を解釈するための枠組み

#### 3.1 「ひらめき」の定義

高橋(2010)は、割合を学習する小学生五年生が数学的発見をするときの思考の状態を調査した。「数学的発見」について、Polanyi(1958)は以下のように述べている：

大きな発見はわれわれの解釈の枠組みを変える。それゆえ、そうした発見に、先行する解釈の枠組みを継続的に適用することによって到達するということは論理

的に不可能である。だから、またもや、発見は創造的である。というのは、いかなる先行の既知かつ詳記可能な手続きの勤勉な実行によっても達成不能だという意味である。(p.134)

つまり、Polanyi(1958)は、個人の有する数学の概念的な枠組みに対して、手続き的な解決行動では起こりえない劇的な変化が起き、新たな概念的枠組みが完成されたとき、それを「数学的発見」としている。

高橋(2010)は、研究の中で「知る活動」における全体性に係わる性格として「棲み込みの状態(indwelling)」という、“知的熱情に支えられた心的活動”に着目した。高橋(2010)は棲み込みの状態に関して、「我を忘れて問題解決に没頭している時の思考の状態」と定義している。さらに高橋(2010)は、「棲み込みの状態は、暗黙知の次元を含む。」と述べている。「暗黙知の次元」という用語の説明は、Polanyi(1958)を参照する。Polanyi(1958)は「暗黙知」に関して以下のように述べている：

私たちは言葉にできるより多くのことを知ることができる。(中略)例を挙げよう。ある人の顔を知っているとき、私たちはその顔を千人、いや百万人の中からも見分けることができる。しかし、通常、私たちは、どのようにして自分が知っている顔を見分けるのかわからない。だからこうした認知の多くは言葉に置き換えられないのだ。(p.18)

つまり、Polanyi(1958)は、“言葉に置き換えることができないが確実に知っていること”を「暗黙知」と述べている。高橋(2010)は、問題解決者の思考の状態が棲み込みの状態にあるとき、問題解決者自身は言語として表すことができない「暗黙知の次元」

を含んでいるということを述べている。そして、高橋(2010)は棲み込みの状態と数学的発見の間にある関係について二つの知見を得た。

高橋(2010)の研究の中で、被験者である Machiko の思考の状態は割合の応用問題の解決過程で、棲み込みの状態になった。その後、Machiko はクラスメイトとの相互作用を通じ、自分の解決に戻ると、直ぐに「あっ！」と言って手を叩き、正しい解答を導いた。このときの“手を叩く”という身体表現は、Machiko の棲み込みの状態がどれだけ深かったかということ、数学的発見をすることの喜びを示した。

二つ目の知見として、高橋(2010)は、棲み込みが Machiko の数学的発見を誘発したことを示した。Machiko はある授業の最中、教室全体で行っている活動を忘れるほど問題解決に熱中していた。そしてその棲み込みの状態は Machiko の割合の概念的枠組みを変化させ、数学的発見をもたらした。

高橋(2010)が示したこれらの事例から、数学的問題解決過程において、棲み込みの状態にあることが概念的枠組みの劇的な変化を引き起こし、数学的発見を誘発したということが示された。

また、Polany(1958)は棲み込みの状態からの脱出に関して、「一過的である科学的発見は、発見的ヴィジョンの瞬間に思考の限界を打ち破り、棲み込みの状態を脱出する」と述べている。つまり、問題解決者に「ひらめき」が生じたときには、すでに棲み込みの状態から脱出している状態であるといえる。筆者は高橋(2010)が得た知見と Polany の研究から、棲み込みの状態が「ひらめき」瞬間の状態に推移する準備状態であると推測する。

以上に示した先行研究を基に本研究では、「ひらめき」の瞬間を“棲み込みの状態か

ら問題解決に向けた見通しが立った瞬間の状態”と定義する。

### 3.2 数学的問題解決の認知過程

数学的問題解決過程を分析するにあたって、数学的問題解決がどのような過程で行われているのかを明らかにしておく必要がある。

Schoenfeld(1985)は問題解決を「分析」→「計画」→「実行」→「検証」という過程で進められるものであるとし、問題解決ストラテジーのモデルを示した。さらに、問題解決者が困難に遭遇し、「計画」を立てることができない場合は、「探究」に移行するとした。困難が小さなものであれば、そのまま「計画」に戻るが、困難が大きなものであった場合、「探究」により問題を変容し、「分析」に戻る。Schoenfeld(1985)は、この解決過程の中で「計画」を“解決過程全体に広がるもの”とし、「計画」は問題解決過程において問題解決に直結する主要な役割を担っていると述べている。

問題解決者は、「計画」を立てた段階ではすでに解決への見通しが立っている状態であるため、「計画」より前にある「分析」、「探究」から「計画」に移行するときに「ひらめき」は起こると推測できる。このことから、本研究では、「分析」、「探究」に着眼する。「ひらめき」が起きる前後でメタ認知の生起を捉えることができれば、メタ認知が「ひらめき」に及ぼす働きを明らかにすることができる。

### 3.3 メタ認知および「ひらめき」の分析方法

メタ認知の生起を捉える代表的な方法として、(1)質問紙調査(2)協同による問題解決(3)刺激再生インタビュー法(4)記述活動を活用する、の四つの方法がこれまでに用いられてきた(重松他, 2010)。本研究では、(2)協同による問題解決、(3)刺激再生インタビュー法の2つを組み合わせた方法を用いる。

協同して問題解決をさせることの利点は、自己の思考を対象化する機会が増し、モニタリングが一層促進することである(清

水,1989)。さらにメタ認知的技能が発話によって表現されるため、それをプロトコルとして記述することを自然に行うことができる。

また、本研究における刺激再生インタビュー法は、形式的なインタビューではなく、実験者と被験者が自由に対話を行う形態を取る。本研究では、問題解決者の思考の状態が棲み込みの状態であるときの言動が必要になるが、棲み込みの状態とは、問題解決者が問題解決に熱中している状態であるため、その思考の状態を遮ることはできない。そこで、刺激再生インタビュー法を用いることで、被験者が棲み込みの状態のときの言動を後から再構成させることができるため、それは本研究において有効な分析方法となる。

#### 4. 調査の実際と解釈

本稿における調査のねらいは、図形問題に取り組む問題解決者の思考の状態が「ひらめき」の瞬間に推移したときを捉え、その「ひらめき」の瞬間に至る過程においてメタ認知がどのような働きをしているかを解釈し、考察することである。そこで、以下の二点に焦点を当て、解釈と考察を行った。

- ① 「ひらめき」の瞬間に働くメタ認知の役割
- ② 問題解決全体を通じたメタ認知の役割

調査では大学院生と中学生を対象とした調査を行った。調査は、筆者が観察者となり、教員養成大学大学院数学コースの大学院生ペア2名、新潟県の公立中学校2年生ペア2組4名を対象に、平成24年2月下旬から3月下旬にかけて行った。大学院生に対する調査は問題解決1回とインタビューを一人につき1回行った。中学生に対する調査は1組あたり問題解決2回、インタビューを1人につき2回行ったため、本調査は計15回実施した。毎回の調査を、問題解決の記述過程を記録するためのビデオ

カメラ1台によって記録した。両調査とも、記録したデータを基にプロトコルを作成し、解釈と考察を行った。

#### 4.1 「ひらめき」の瞬間に働くメタ認知の役割

本稿では、第二回調査における中学二年生の Non と Dai の問題解決から、「ひらめき」の瞬間に働くメタ認知の役割について解釈を行う。

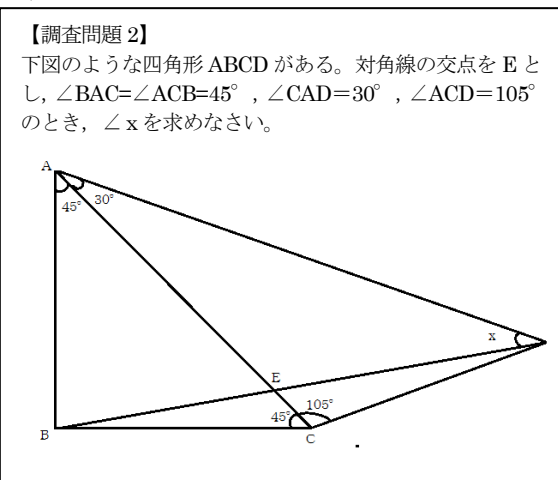


図2 調査問題2

第二回調査では、図2に示した課題を使用した。Non と Dai は問題解決に74分間を費やし、自力で解答を得ることはできなかったが、最終的に観察者である筆者がヒントを与えることで問題解決に至った。図2は Non と Dai に「ひらめき」が生じた場面における記述である。

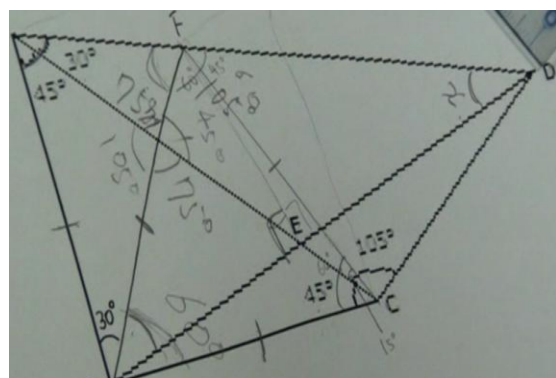


図3 Non と Dai の記述

以下に示すのが、図3をもとに、Nonの思考の状態が「ひらめき」の瞬間へと推移していった場面における問題解決時のプロトコルである。

Dai: 待って、ここが  $105^\circ$  ( $\angle ACD$ )で、ここが  $15^\circ$  ( $\angle ACF$ )だから？

Non: 直角？直角？そしたらここ  $45^\circ$  ( $\angle FCD$ )的な？

Dai: 直角二等辺？

Non: え？ちょっと待って。どういうこと？

Non: じゃあじゃあこことここ(BCとDC)の長さ一緒でしょ？あー！きたー！

この場面における、Nonの「じゃあじゃあこことここ(BCとDC)の長さ一緒でしょ？あー！きたー！」という発言は、明らかにこの瞬間が“問題解決に向けた見通しが立った瞬間”であることを表している。さらに、Nonはこのとき、Daiの声が耳に入らない程問題解決に没頭していたことから、このときのNonの思考の状態は棲み込みの状態であったということができ、ここが「ひらめき」の瞬間であるということを表している。

ここで、Nonの「え？ちょっと待って。どういうこと？」という発言に着目する。この発言は、NonとDaiが、 $\triangle FCD$ が直角二等辺三角形であることを導いた直後の発言である。そしてこのNonの発言は、Nonが自身の思考のモニタリングを行っている場面であることを表しており、Nonは $\triangle FCD$ が直角二等辺三角形であることを導いた直後にメタ認知を働かせたものであることを示している。

そして、この「棲み込みの状態の脱出と同時に働いたメタ認知」がどのような役割を果たしているのかについて考察を行う。

Nonがモニタリングを行った際の「え？ちょっと待って。どういうこと？」という発言に着目する。Nonはこのとき、興奮気味に何

かに気づいたように発言した。このNonの発言には、まだ問題解決への明確な見通しはないまでも、棲み込みの状態の中における暗黙知の次元で「この直角二等辺三角形は解決に直結する」ということを理解しているという意味が含まれている。つまり、この場面において、Nonは問題解決に必要な情報が揃ったということを暗黙的には理解したが、それをまだ言語化することができていないということを表しているのである。そして、Nonはこの発言の直後、 $\triangle FCD$ が直角二等辺三角形であるということによって、DCとBCが等しいといえることにつながることに気付いた。

この場面でNonの「ひらめき」に対して働いたメタ認知は、問題解決者が自分自身でも再生できない棲み込みの状態の間の思考過程を、棲み込みの状態からの脱出と同時にできる限り再構成し、明確化させる作用として働いたものであると考えることができる。棲み込みの状態の直後には、棲み込みの状態の間に生成された曖昧な思考を言語化したいという意識が生まれ、それを実現させるための手段がメタ認知であるという可能性を示唆した。

これらのことをまとめ、棲み込みの状態とメタ認知と「ひらめき」の関係を認知活動の中に組み込んでいった。まず問題解決者の認知活動は困難な場面に遭遇したときに「探究」に移っていく。問題解決者の思考の状態は、「探究」の場面で棲み込みの状態になり、棲み込みの状態の間に暗黙知の次元で概念的枠組みの変化や情報の関連付けを行う。そして棲み込みの状態からの脱出と同時にモニタリングが働き、棲み込みの状態の間の思考を言語化させようとする「自己に関するメタ知識」と図形問題の知識やストラテジーなどの「課題に関するメタ知識」を援用することで、「ひらめき」の状態へと推移していく。それらの関係図を示したものが図4である。



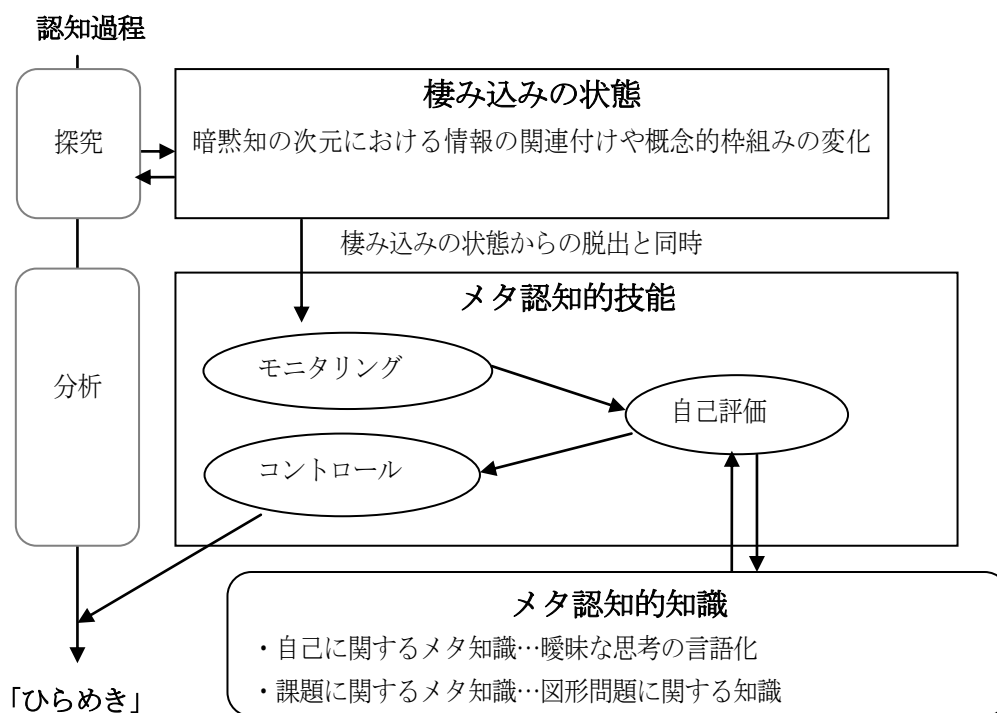


図4 棲み込みの状態と「ひらめき」とメタ認知の関連図

#### 4.2 問題解決全体を通じたメタ認知の役割

調査において、自力で問題の解決に直接辿り着く「ひらめき」の瞬間が生じたのは、大学院生の Jin と Mio のペアのみであった。しかし、中学二年生の両ペアにも最終的な問題解決には至らないまでも、“問題解決までの見通し”を持った「ひらめき」の瞬間は生起していた。なぜこのような差が生じてしまったのだろうか。ここでは「ひらめき」の瞬間のみに係わるメタ認知に焦点を当てるのではなく、問題解決過程全体を対象とし、その過程におけるメタ認知の働きを考察していく。そこで、それぞれの問題解決過程のアプローチの特徴を Schoenfeld(1985)の問題解決過程のモデルに当てはめ、比較し考察する。

大学院生である Jin と Mio は問題解決の過程全体を通じて、「探究」において問題を変容し、そこから得られた情報を「分析」することに多くの時間を費やした。

例として、Jin と Mio が補助線を引こうとするが、実際には補助線を引くことなく、一定時間考えた後に、三角形の相似比を利用して解決を行った場面をみていく。以下に示すのがその場面における二人の対話のプロトコルである。

Mio : なんか平行線とか使うんじゃないの？違う？

Jin : あっ、なるほどね。

Mio : 錯角とかそのへん使うんじゃない？

Jin : わかる角って何だ？90° と？

Mio : 90° しか…。

Jin : だけか。

そして以下がこの場面における Jin への刺激再生インタビューである。T は筆者である。

T : この Mio の平行線を使うって言葉を聞いて何考えた？



**Jin** : あんまり聞き入れてなかった。錯角とかも考えてみたけど、それじゃ角度は出ないとは思ってた。

この場面では、**Jin** と **Mio** が「探究」により得た「補助線を引く」という解決行動を一度用いようとするが、**Jin** の「錯角とかも考えてみたけど、それじゃ角度は出ないと思ってた。」という発言からわかるように、**Jin** は補助線を引く前に、補助線を引くことによって得られる情報を「分析」した結果、その解決行動が妥当な解法ではないと判断したことを表している。つまりここでは、「分析」において、「この解決行動では問題の解決にたどり着けない、他にもっと可能性が高い解決方法があるかもしれない。」と、メタ認知を働かせることによって **Jin** と **Mio** は無駄な解決行動の選択を避けていたことがわかる。

**Jin** と **Mio** の問題解決の決定的な特徴は、解決行動を決めた後、直ぐにその解法に取り掛かることが非常に少なかったことである。上記の例からもわかることであるが、**Jin** と **Mio** は問題を変容し、新たな解決行動を選択したとき、言葉を発さずにまず頭の中で「分析」を行っている。そこで解決行動の有効性を判断しているのである。その結果、**Jin** と **Mio** が一つの解法にかかる時間は短時間であり、**Jin** と **Mio** の取った解決行動は他の 2 組と比較しても非常に多いものになったといえる。

次に、中学二年生の **Non** と **Dai** の問題解決の特徴をみていく。特に、第二回調査における **Non** と **Dai** の問題解決には大きな特徴をみることができる。**Non** と **Dai** は、74 分間の問題解決のほとんどの時間を解決には絶対に至らない「補助線を引いて点 **E** の周りに角度を集める」という解法に費やした。換言すれば、**Non** と **Dai** は問題解決に辿り着くことのない無駄な解法に関

して何の疑いも持たずに延々と続けたということになる。以下に示すのはその場面における **Non** への刺激再生インタビューと、問題解決時の記述である。

**T** : ここらへん点 **E** の周りにたくさん補助線引いてるよね。

**Non** : わからないはずなんだけどね。なぜかたくさん引いてる。

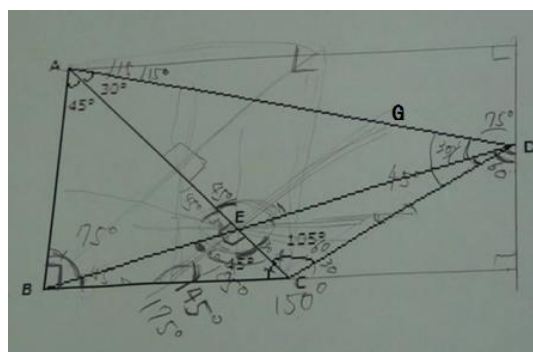


図 5 **Non** と **Dai** の記述 2

**Non** の「わからないはずなんだけどね。」という発言は、インタビューの時点では解法を知っているのに、この解法では解決にたどり着かないことを知っている発言であるとしても、「なぜかたくさん引いてる。」という発言は、その時点ではこの解法に疑いを持っていないということを表している。つまり、**Non** と **Dai** は決めた解決行動に対する「分析」に時間をかけることなく、「探究」を続けたということがいえる。そして **Yu** と **Ken** ペア、**Non** と **Dai** ペアの双方とも、解決に至らない解決行動によって得られた図をもとに「ひらめき」の瞬間へと推移していった。図 5 は **Non** と **Dai** の思考の状態が問題解決に直接結び付かない「ひらめき」へと推移したときの記述である。図 5 は **Non** と **Dai** が「分析」に時間をかけなかった結果、課題として与えられた図形が補助線で埋め尽くされた様子を表している。**Non** と **Dai** は最終的な問題解決のた

めに何が必要であるかを考えずに、新たな角度を求めては点Eに集めるという行動を繰り返し続けたために、図5のような図を得ることとなった。

そして Non と Dai は、解決に至らない行動を続けることによって得られた図5をもとに、視覚的に $\angle FED$ が $15^\circ$ になるのではないかという見通しを持ち、「ひらめき」へと推移していったのである。

問題解決の成功者は「分析」に時間をかけて有効なメタ認知を働かせ、成功者は「分析」に時間をかけずに「探究」に時間をかけた。これは Schoenfeld(1987)の研究において、数学者と学生の問題解決過程を分析した結果と同じである。Schoenfeld(1987)は、これが問題解決の成功につながるかどうかという立場から述べているが、本研究では、まだまだ議論の余地はあるものの、問題解決に直接結びつく「ひらめき」を生じさせるためには、「分析」において働く有効なメタ認知を問題解決全体を通して働かせることも重要であるという可能性を示した。「分析」において働くメタ認知の役割には、Schoenfeld(1987)が述べているように、“無駄な解法に時間をかけない”という働きがある。Non と Dai の解答に直接関係のない「ひらめき」が「分析」において有効なメタ認知が働かず、関係のない情報をもとに生じたものであるとすると、「分析」において働くメタ認知は“無駄な解法に時間をかけない”という働きだけでなく“情報の整理”を行う働きも担っていると考えられる。問題解決を進めていく上で、情報の整理を行い、問題解決に有用な情報を選択しながら解決を進めていくことが、問題解決に直結する「ひらめき」を生起させる鍵となるのである。

## 5. まとめと今後の課題

本稿では、「棲み込みの状態」という思考の状態に着目して「ひらめき」を捉えるこ

とで、「ひらめき」に対して働くメタ認知の働きを示すことができた。しかし、「棲み込みの状態」という思考の状態が、暗黙知の次元を含み、曖昧さを伴った認知過程である。そのため、「ひらめき」という思考の状態を認知過程に位置づけても、まだまだ曖昧さを伴っており、議論の余地が残されている。今後の課題としては、問題解決者の思考の状態が棲み込みの状態にあるときにおきる概念的枠組みの変化に対して、認知的側面から接近していく方法を探究していく必要がある。

## 6. 引用・参考文献

- Takahashi, H. (2010). Relationships between an Elementary School Student's Marking Mathematical Discovery and Indwelling in Learning Problem, *IN SEARCH OF EXCELLENCE IN MATHEMATICS EDUCATION Volume 2*, 376-383.
- Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's All The Fuss About Metacognition?, *Cognitive science and mathematics education*, 190-215.
- 今井敏博. (1998). 問題解決の構えの類似的な問題解決経験の影響について, 日本数学教育学会, 日本数学教育学会誌, 80(9), 159-164.
- カール・ドゥンカー, 小宮山栄一訳. (1952). 問題解決の心理, 金子書房.
- クルト・コフカ, 鈴木正禰監訳. (1988). ゲシュタルト心理学の原理, 福村出版.
- 重松敬一&勝美芳雄. (2010). メタ認知, 日本数学教育学会, 数学教育研究ハンドブック, 310-317.
- 清水美憲. (1988). 数学的問題解決におけるメタ認知の役割, 筑波数学教育研究第7号, 217-229.
- マイケル・ポラニー, 長尾史郎訳. (1958). 個人的知識, ハーベスト社, 123-189.