

## 中学校数学において生徒の不安を生じさせる要因

児玉誉也

上越教育大学大学院修士課程 2年

### 1. はじめに

筆者は中学生に数学を指導していく中でよく生徒からの次のような声を耳にした。

「明日の学校の授業についていけるか不安である」、「中学校で定期テストがあるが、数学で悪い点数を取ってしまわないか不安である」、「入試で数学の平均点を割ってしまい、志望校に入れなくなってしまう」といった声だ。なぜそのような不安を感じるのかを突き詰めていくと、「授業に対する理解度の低さ」が挙げられた。授業内容を理解できないため、結果的に家で勉強をしない。そして、次の授業を受ける際に不安になるといったケースが多いようであった。このことから、生徒の不安は数学の授業から生まれていくのではないかと推測された。

実際、Skemp(1979)は、数学不安のメカニズムについて「理解ができなかった経験に対して、過度に不安を感じることによって、努力が困難となり、理解が悪くなり、不安が増していく」(p.111)と指摘している。さらに、「この経験を何度も味わえば、授業そのものが不安の条件刺激となっていく」(p.111)と述べている。

また、OECD 生徒の学習到達度調査(国立教育研究所、2012)では、全国の高等学校、中等教育学校後期課程、高等専門学校のうち 200 校の 1 年生を対象に数学不安に対する調査を行っている。その結果、日本は「数学の授業についていけないのではないかと心配になる」が 70%、「数学の宿題をやっていると気が重くなる」が 56%、「数学の問題

をやっているとイライラする」が 40%、「数学の問題を解くとき、手も足を出ないと感じる」が 35%、「数学でひどい点数を取るのではないかと心配になる」が 67%であり、5 項目全てで OECD 平均よりも不安を示すような反応が多かった。そして、「数学不安に対する指標」の平均値を見ると、2012 年の日本の値は 0.36 で、調査に参加した 17 カ国中最も大きかった。

この調査から、日本の生徒は他国よりも数学不安を感じている割合が大きく、約 7 割の生徒が数学の授業に対して不安を持っていることが明らかとなった。

そこで本稿では、数学不安における先行研究から、数学不安の発現要因を検討していく。

### 2. 数学不安における先行研究

Richardson と Suinn(1972)は数学不安を「学習時や日常生活などいろいろな状況で、数进行操作することや数学の問題を解くことへの妨げとなる緊張や不安の感情」(p.551)と定義し、数学不安を測定する尺度として 98 項目からなる The Mathematics Anxiety Rating Scale(MARS)を作成している。

#### 2.1. 鎌田の研究

これに対し鎌田(1983)は、MARS のような測定器具を翻訳して文化・社会の違う我が国において使用することは妥当性に問題が生じるとし、独自の 30 項目を作成して

いる。そして、この尺度を用いて、中学校1年生から3年生を対象に数学不安について調査を行った。その結果、数学不安の性別関連差の存在を得ており、女子生徒が男子生徒よりも数学不安が強いことを指摘している。

## 2.2. Mark と Jeremy(2007)の研究

一方で、Mark と Jeremy(2007)は学部学生 80 名を対象に数学不安を査定し、数学不安の度合いを高不安、中不安、低不安に分類した後、Wide Range Achievement Test(WRAT)を実施し、WRAT の難易度と正答率との関係性を調べる調査を行った。なお、WRAT は「標準的な数学的達成テストであり、その難易度は Line1 から Line8 まで存在する」(p.245)としている。この調査の結果、次の 2 点を報告している。

1 点目は「Line1 の問題において、数学不安の度合いによる正答率の差を発見することはなかった」(p.245)ということである。

2 点目は「Line4、Line5 にかけて各グループ(低不安者・中不安者・高不安者)のパフォーマンスが分岐し始め、最も難易度の高いテスト(Line8)においては高不安者グループの平均が 5 つの問題においてグループの平均よりも低かった」(p.245)ということである。

これらのことから、課題の難易度が上がるにしたがって、数学高不安者の数学パフォーマンスは低不安者、中不安者に比べ悪化することが示された。

## 2.3. Micke と Mateo(2011)の研究

そして、Micke と Mateo (2011)はシカゴ大学、ルーズベルト大学の学生 73 名(男：29 名、女：44 名)を作業記憶能力の高低と数学不安の高低で分類し、コルチゾール濃度と数学パフォーマンスの関係性を調べる調査を行った。作業記憶能力、数学不安、コルチゾール濃度、数学パフォーマンスは以下のように定義されている。

### 作業記憶

「課題に関連した情報の限界量の保持、統制、支配に関わる短期システムのことである」(p.1000)と定義し、作業記憶能力を Participants' performance on the automated Reading Span(RSPAN)を用いて測定したとしている。

### 数学不安

「数学不安は数学や数学を行うことに対する不都合な感情である」(p.1000)と定義し、MARS により測定したとしている。

### コルチゾール濃度

「被験者の課題を行う生理的反応の指標」(p.1001)とし、生理的反応が強いことを「数学に関連した状況において心臓をドキドキさせたり、掌に汗を浮かべたり、手を揺さぶること」(p.1001)としている。

### 数学パフォーマンス

数学パフォーマンスを合同算術の正誤判定の正確性で測定している。問題は  $X \equiv Y \pmod{Z}$  という形で出題し、 $x, y$  は 2 から 98、 $z$  は 2 から 9 までの自然数であり、 $x$  は  $y$  よりも大きくなるようにしている。そして、被験者には  $71 \equiv 23 \pmod{3}$  のような合同式の正誤判定をさせたとしている。

また、被験者を RSPAN、MARS により低作業記憶者、高作業記憶者、低数学不安者、高数学不安者に分け、コルチゾール濃度と数学パフォーマンスとの関係を調査したとしている。

その結果、次の 2 点を報告している。

1 点目は「低作業記憶者の数学パフォーマンスはコルチゾール濃度や数学不安に関係がない」(p.1003)ということである。

2 点目は「高作業記憶者の数学パフォーマンスは数学不安やコルチゾール濃度と関連していた」(pp.1003-1004)ということである。具体的には、「低不安者はコルチゾール濃度が増加すると、パフォーマンスが上

昇していたが、高不安者はコルチゾール濃度が増加するとパフォーマンスが低下していた」(p.1004)としている。これらのことを表に示すと以下の表1のようになる。

表1 コルチゾール濃度増加に伴うパフォーマンスの変化

A \ WM	WM	HMW (高作業記憶者)	LWM (低作業記憶者)
High		Performance ↓	Performance→
Low		Performance ↑	Performance→

これらの要因について「不安は作業記憶の効能を破壊し、パフォーマンスが作業記憶のシステムをあてにすると、パフォーマンスが損害を被る」(pp.1000-1001)という知見に基づき以下のように分析している。前者については、「低作業記憶者は数学的な計算を解決するために作業記憶をあてにしないため、彼らのパフォーマンスはコルチゾール濃度が増加しても変わらないままだった」(p.1003)としている。後者については、数学パフォーマンスに差が出た要因を「個人の数学状況の解釈が生理的反応を損害的なものにするか利益的なものにするか決める」(p.1003)としている。

このことから、低不安者は数学的状況を積極的に解釈するため、自身の生理的反応が有益に働き、パフォーマンスを上昇させるが、高不安者は数学的状況を消極的に解釈するため、自身の生理的反応が有害なものとなり、パフォーマンスが低下すると考えられる。

鎌田(1983)の研究から中学生における数学不安の性差が明らかとなった。また、Mark と Jeremy(2007)の研究から、課題の難易度が上がるにしたがって数学不安の度合いと数学パフォーマンスは関連する可能性があることが示され、Micke と Mateo(2011)の研究では、数学状況への解

釈が要因となり、数学高不安者のパフォーマンスが低下する可能性があることが明らかとなった。

### 3. 不安の発現要因に示唆を与える研究

Mark と Jeremy(2007)の研究、Micke と Mateo(2011)の研究は数学不安の数学パフォーマンスに与える影響に焦点を当てて行われていた。そして、そのような研究の傾向が近年まで見られている。しかし、いずれの研究も数学不安の発現要因については明らかにされていなかった。ここでは、認知的学力と情意的学力に関する先行研究から数学不安の発現要因について考えてみる。

#### 3.1. 湊と鎌田(1994)の研究

湊と鎌田(1994)は下記の測定時期から2時点を設定し、知能水準と時間的経過に伴う両学力の因果的優越性との関係を明らかにすることを目的とした調査を行った。ここでの両学力とは認知的学力と情意的学力であり、因果的優越性とは一方の学力が他方の学力の形成に影響を及ぼす程度であるとしている。

#### 測定時期

##### 1 学年時

①9月下旬から10月上旬にかけての4日間

②3月上旬から下旬にかけての4日間

##### 2 学年時

③6月下旬から7月中旬にかけての3日間

④12月上旬から中旬にかけての3日間

##### 3 学年時

⑤6月下旬から7月中旬にかけての3日間

なお、この5つの時点から2時点を以下の6通りに設定したとしている。

- (1) ①と②を2時点とする場合
- (2) ②と③を2時点とする場合
- (3) ③と④を2時点とする場合
- (4) ④と⑤を2時点とする場合
- (5) ①と③を2時点とする場合

### (6) ③と⑤を2時点とする場合

そして、秋田県北部に位置する4校の中学生を被験者とし、被験者を知能検査の結果によりL群(偏差値40-49)とH群(55-64)に分類した。また、同一被験者群の認知的学力と情意的学力を以下のように測定したとしている。

#### 認知的学力 C

数と式(N)、図形(G)、数量関係(Q)を測定する問題を開発し、N,G,Qおよびこれら全体からなる総合(CA)を測定する。次に、測定された総合(CA)を能力別に分類して知識・理解(U)・技能(S)、数学的な考え方(MT)を得る。

#### 情意的学力 A

被験者を問わず妥当性と信頼性がみられるSD型MSD尺度を用いて、総合MSD、評価性MSD(E)、力量性MSD(P)、明快性MSD(C)を、また、リッカート型FA尺度によって数学に対する好意性を測定する。

この調査の結果、次の2点を報告している。

1点目は、(1)、(5)から「両学力の測定時点1を中学1年2学期中頃(①)に設定したときには、L群、H群とも両学力間の因果的な優越関係はかなり多く存在し、両群とも認知的学力が情意的学力に影響を及ぼすという方向が、その逆よりも一貫して強いという規則性が見られる」(p.13)ということである。

2点目は(3)、(4)、(6)から「中学2年、あるいは中学2年から3年にかけての各期間においては、大筋H群においては先行する認知的学力が後続する情意的学力に影響を与えるという方向に、L群においては先行する情意的学力が後続する認知的学力に影響を与えるという方向にある」(p.13)ということである。

これらのことから、以下の図1のように中学校2年生以降、L群では形成された情

意面が認知的学力に影響を及ぼすと考えられるが、他方でL群、H群ともに中学校1年2学期中頃の認知的学力が2年時の情意面を形成するという傾向が見出されている。

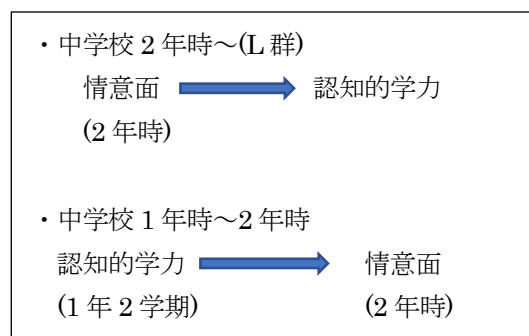


図1 認知的学力と情意面の関係

### 3.2. 鈴木(1994)の研究

湊と鎌田(1994)の結果を受けて、鈴木(1994)は「文字や文字式は中学校数学を学習していくうえで基礎的な内容として重要な位置を占めており、中学校第一学年における文字の学習の成否がそれ以降の数学の学習に大きな影響を持っている」(p.106)という認識から、文字の理解(L)と数学不安(AX)との間の因果的關係を分析すること、並びにその性関連差に関する知見を得ることを目的とした調査を行った。

秋田市立の中学校1学年254名(男子128名、女子126名)を対象とし、第1学年の3学期の測定を時点1、2学年の2学期の測定を時点2とし、文字の理解と数学不安を測定したとしている。そして、各時点における、測定用具と測定の実施については以下のように示されている。

#### 時点1

##### L1の測定用具

中学校学習指導要領(1977)の数と式領域の第1、2学年の内容から50項目

##### L1の測定方法

45分の調査を2回

##### L1の測定時期

2月20日～3月9日

### AX1の測定用具

Likert 型測定用具 AX(鎌田, 1988)

### AX1 調査実施日

2月14日～2月18日

### 時点2

### L2の測定用具

時点1で使用した50項目と予備調査で留保した19項目の計69項目の問題

### L2の測定方法

難易度を考慮し、69項目を2つに分け、45分の調査を2回実施

### L2の測定時期

9月2日～9月6日

### AX2の測定用具

Likert 型測定用具 AX

### AX2 調査実施日

8月30日～9月2日

そして、この調査の結果、次の2点を報告している。

1点目は、図2に示すように「男子、女子とも文字の理解が原因となって数学不安が形成されるという因果的方向性が見られる」(p.111)ということである。

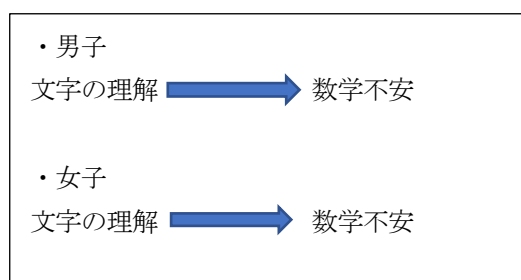


図2 文字の理解と数学不安の関係

2点目は、「男子より女子の方が文字の学習が分かるか否かによって、数学不安の強弱に影響を及ぼす度合いが大きい」(p.111)ということである。

湊と鎌田(1994)の研究から、中学校1年2学期中頃の認知的学力が中学校1年3学期、中学校2年時の情意面の形成に影響を及ぼすことが示された。また、鈴木(1994)の研究では、文字の理解が数学不安を形成

するという方向性があることが明らかとなった。

これらのことから、中学校1年時の文字式における理解が発現要因となってその後の数学不安が形成される可能性がある。

### 4. 数学不安を発現させる文字式の理解

鈴木(1994)の研究から、文字式の理解が数学不安を形成するという方向性があることが示された。また、湊と鎌田(1994)の研究から、2年時のL群では形成された情意面がその後の認知的学力に影響を及ぼすことが明らかとなった。これらのことから、文字式の理解が数学不安を発現させ、発現した数学不安がその後の認知的学力に影響を及ぼす可能性がある。これを受け、ここでは、文字式に関する先行研究から、具体的にどのような文字式の理解が要因となり、数学不安を発現させるのか検討する。

#### 4.1. 杜威(1991)の研究

杜威(1991)はある市立の中学校2校の1年生(A中学校:1年生38名、B中学校:1年生37名)を対象に、文字式の計算問題を処理するとき、子どもがどのような操作モデルを持つかについての調査を行った。なお、操作モデルについて「子どもが文字式の処理に意図的に働き掛けたと考えられる心的な操作をモデル化したもの」(p.158)としている。

この調査の結果、18通りの操作モデルが得られたとしているが、その中でも図3に示すモデル15について以下のように分析している。

$$m+2(1-m)=-2m+m+2=-m+2=m$$
$$2+(n-3)=-1+n=-n$$

図3 杜威(1991)の調査で見られた誤答 (操作モデル15)

このモデルは「非同類項の足し算や引き

算をより“完全”にするモデル」(p.173)であり、「このモデルは、子どもがオープンな文字式(+、-記号を含む式)に対して不安を持って、より納得できるような結果を追求していたことから来るものとみられる」(p.173)と述べている。そして、子どもがオープンな文字式に不安を持つ理由を「数の世界から来る影響であると考えられる。数の計算をするときに、結果となるのは、計算記号を含む数の式ではなく、ただ1つの数だけである」(p.196)とした上で、「子どもはこの長年の間に形成された意識を持って、文字式の計算を処理していく。よって、記号+と-があるよりは、ない方がより“完全”だと彼らは思いこんでいると考えられる」(p.196)としている。

このことから、「結果となるのは1つの数だけである」という数の世界で形成された意識が要因となり、図3のような+、-記号が含まれるオープンな式を1つの単項式にまとめるという誤答が見られることが明らかとなった。そして、鈴木(1994)による「文字式の理解が数学不安を形成するという方向性がある」という知見から、このような文字式の理解が要因となり、数学不安が発現する可能性がある。

#### 4.2. 牧野(1997)の研究

牧野(1997)は Sfard(1991)の二面性の考えに基づき、文字式には操作的な見方と構造的な見方があると述べている。そして、「文字式に対する操作的な見方(過程と見る)は算数を学習してきている生徒たちにとっては受け入れやすい見方であるが、構造的な見方をするには多くの生徒にとって難しい」(p.92)と指摘した上で、「文字式の操作から操作(過程)かつ結果(対象)としての見方の移行は、算数と数学との接点で起こり、そこに文字式の理解に関する認知的ギャップが存在すると考えられる」(p.92)としている。

この考えに基づき、牧野(1997)は中学校1年生110名、2年生62名、3年生68名を対象に、文字式の二面性の理解に関し、生徒の困難性が存在するかどうかを調べることを目的とした調査を行った。

この調査において、以下の図4のように $2x+4$ を8,  $6x$ ,  $8x$ 、 $5y+2+4$ を $13y$ ,  $11y$ ,  $11$ と単項式にまとめるという誤答が見られた。また、無答を含め上記のような誤答の生起率は中学校1年生で23.6%であったことを報告している。

式	誤答
$2x+4$	8, $6x$ , $8x$
$5y+2+4$	$13y$ , $11y$ , $11$

図4 牧野(1997)の調査で見られた誤答

そして、こうした誤答をした生徒について、「 $2x+4$ などの式を操作(過程)としか見ることができない。したがって、操作(過程)があれば必ず結果を出さなくては行けないと考え、なんとか一語解答をして $6x$ ,  $8x$ などの誤答をしたと考えられる」(p.95)と分析している。

このことから、図4のような誤答をした生徒は $2x+4$ などの式を操作(過程)としか見ることができないと考えられ、鈴木(1994)による「文字式の理解が数学不安を形成する方向性があるという」知見から、このような文字式への見方が数学不安を発現させる要因になる可能性がある。

杜威(1991)、牧野(1997)の調査から、図3図4に見られるように、+、-記号が含まれる式を1つの単項式にまとめるという誤答が見られることが明らかになった。また、杜威(1991)の調査では、このような誤答がモデル15だけでなく、モデル6、モデル13、モデル14-1と複数のモデルで見られたこと、牧野(1997)の調査では、第1学年から第3学年までの全学年で見られたことをそれぞれ報告している。

そして、杜威(1991)、牧野(1997)はこの誤答の要因をそれぞれ「数の世界から来る影響」、「文字式の操作から操作(過程)かつ結果(対象)としての見方の移行」にあると分析していた。

このことから、結果となるのはただ1つの数であると認識する、式を操作的に見るという子どもたちの算数での経験が要因となり、文字式の構造的な見方への移行が適切にいかなくなる可能性が示された。そして、このような文字式に対する見方が図3、図4のような誤答を生み、数学不安を発現させている可能性がある。

## 5. まとめと今後の課題

本稿では、まず Richardson と Suinn の論文から、数学不安についての定義、尺度について整理し、鎌田の論文から、中学生における数学不安の性差について示された。そして、Mark と Jeremy、Micke と Mateo の論文から数学不安の度合いと数学パフォーマンスは関連する可能性があることが示された。しかし、これらの論文からは数学不安が発現する要因について明らかにされていない。

そうした疑問に対しては湊と鎌田の論文から、中学校1年2学期時の数学における認知的学力が要因となり、中学校1年3学期時、中学校2年時の情意的学力に影響を及ぼすことが明らかとなった。さらに、鈴木論文から、中学校1年時における文字の理解が要因となり、数学不安が形成されることが示唆された。

そして、杜威、牧野の論文から、「結果となるのはただ1つの数である」、「式を操作的に見る」という子どもたちの算数での経験が要因となり、+、-記号が含まれる式を単項式にまとめるという誤答が見られることが明らかとなった。つまり、小学校算数と中学校数学の認知的なギャップが文字

式の誤った理解を生み出す可能性があることが示された。そして、鈴木(1994)による「文字式の理解が数学不安を形成する方向性がある」という知見から、このような文字式に対する理解が数学不安を発現させている可能性があることが分かった。しかし、杜威、牧野の調査では、図3、図4のような文字式に対する誤答が子どもたちの算数での経験が要因となっているが、その根拠として子ども自身の記述や考え方が明示されていない。

したがって、今後は実際の子どもたちの活動の分析を通じて、上記のような認知的ギャップが文字式への誤った理解を生み出しているか、またそれが数学不安の発現要因となるのかを検討していく必要があると考えられる。

## 引用・参考文献

- Micke, A. M. & Mateo, J. (2011). Choke or Thrive? The Relation Between Salivary Cortisol and Math Performance Depends on Individual Differences in Working Memory and Math-Anxiety. *Emotion, 11* (4) (pp.1000-1005). American Psychological Association.
- 鎌田次男. (1983). 中学生の数学に対する不安の分析. 日本数学教育学会誌, *65*, 258-264.
- 鎌田次男. (1988). リッカート型用具によって測定された我国中学生の数学不安について. 日本教科教育学会誌, *13* (1), 9-17.
- 国立教育政策研究所. (2012). OECD生徒の学習到達度調査(PISA)2012年調査国際結果報告書. 明石書店.
- 牧野眞裕. (1997). 文字式に関する認知的ギャップ. 全国数学教育学会誌, 数学教育学研究, *3*, 91-97.

- Mark. H. A. & Jeremy. A. K. (2007). Working memory, math performance and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14 (2), 243-248.
- 湊三郎, 鎌田次男. (1994). 生徒の知能水準と中学校数学における認知と情意に関する因果的優越性との関係. 日本科学教育学会研究会研究報告 8(6), 7-14.
- Richardson. F. C. & Suinn, R.M. (1972). The mathematics anxiety rating scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19, 551-554.
- Sfard. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics* 22 (1), 1-36.
- Skemp. R. R. (1979). 数学学習の心理学 (藤永保、鈴木浩訳). 新曜社.
- 鈴木勇幸. (1994). 中学生の文字の理解と数学不安との間の因果的な関係. 日本数学教育学会誌, 76(5), 106-112.
- 杜威. (1991). 学校数学における文字式の学習に関する研究. 東洋館.