上越数学教育研究，第32号，上越教育大学数学教室，2017年，pp.85-94

中学校数学授業におけるメタディスコースに関する研究

―B.Güçler による理論枠組みの精緻化を通して―

浦野　正
上越教育大学大学院修士課程 1 年

1．はじめに

OECD 実施の生徒の学習到達度調査では PISA2015 から新科目として協働問題解決能力調査が加わった(国立教育政策研究所,2016)。これは、他者と協力し、社会と関わり合いながら問題解決を図れることが 21 世紀に求められる重要な資質であることを示している。国内でも新学習指導要領において「主体的・対話的で深い学び」という言葉の普及を通じ、能動的な取組から生じる協働や対話、先哲の考え方を手掛かりにして自らの考えを広げ深める力の育成を目指している(文部科学省,2016)。今教育現場では生徒相互、または生徒と教師による相互作用を通じて学ぶ資質が求められている。

しかし、数学的な概念はその抽象性ゆえ形成が困難な場合もあり、授業中積極的な活動が見られたからといって生徒の学びが達成されたとは言えず、コミュニケーション活動の進展と概念形成の関わりは明確にならないことが多い。教師には表面上の反応に惑わされず、生徒の学習を的確にとらえながら授業を進める資質や方法が必要となる。

Güçler(2016)は、ディスコースの視点を用いて数学的な対象を形成するための、メタレベル規則を伴った教育アプローチを提案している。Sfard(2008)を背景にした理論では、関数概念形成の様相を分析するだけでなく、教授法としての示唆も得られており、今日の日本でも求められている主体的で対話的な授業アプローチを開発する可能性がある。

Güçler(2016)の教授実験は、大学レベルの授業でのディスコースを一階上の言語レベルで分析している。この Güçler(2016)の理論枠組みを中学校の授業に適用することが可能ではないか。その理由としては、中学生であってもディスコースの中で言外の意味を伝達し合うことが、筆者の教職経験でも多く見られたからである。また、例えば教室内に内在する社会的文脈（金本,2000,2001）やディスコースのシフト(小池,2005)等のいう性格は、Güçler(2016)のいうメタ規則に関わると捉えられる。これまでのコミュニケーションや相互作用に関わる数学教育研究のディスコースにおけるメタレベルの視点を整理することが必要である。このようにして Güçler(2016)の理論枠組みを再構築し、授業をデザイン、分析することは、生徒の数学的活動を豊かにするディスコースとメタレベルの作用の関係を見出すことにつながる。

そこで本研究は、Güçler(2016)と他の先行研究やそのプロトコル分析を基に、数学的な概念形成に向けた子どもと教師のディスコースを方向付ける意味でのメタディスコースを捉える理論枠組みを提示し、その妥当性を示すことを目的とする。

2．Güçler（2016)の理論枠組み

Güçler(2016)の実践は、大学院の教育課程において学生が関数の定義づけをする活動の分

析からなっている。まずはそこに見られる理論枠組みについて Güçler(2016)が依拠している Sfard(2008)を参照しながら、コモグニション、ディスコース、メタディスコースの 3 点から考察する。

2.1　コモグニション

2.1.1　コモグニション論

語「コモグニション(commognition)」は A. Sfard の造語である。Sfard(2008)において、コミュニケーション（communication）と認知(cognition)の組み合わせとするこの語は、思考と個人間のコミュニケーションを包含し、これら 2 つの過程のタイプの統合を強調するために創り出された。Sfard(2008)による思考の定義は：

「思考とは、（個人間の）コミュニケーションの個人化バージョンである。」

(Sfard,2008,p.81)

とされ、思考は個人が他人とコミュニケーションする方法で自分自身とコミュニケーションすることができるようになるときに表出する人間の行為の型だと考えられている。コモグニション論では一般的にコミュニケーションという言葉を表す個人間のコミュニケーションに加え、一見個人的な「思考」もコミュニケーションに含まれる。

このようにコモグニション論は思考とコミュニケーション、表記を同じ現象の異なる表れと捉え、統一的に取り扱っている。これにより、思考や認知を従来の観察不可能な精神内の現象でなく、教室内のコミュニケーションの中に見いだすことが可能になる(大滝, 2014)。

2.1.2　コモグニションにおける数学的対象

コモグニション論では、言語に注目して記号表現(signifier)を実体(realization)に関連付けることによって学習を定式化する。Sfard (2008)によれば、記号表現とは名詞的に使われる記号、実体とは知覚を通してとらえられるものであり、記号表現は通常多くの知覚的に近接可能な実体をもつ。例えば「7x+4=5x+8という方程式の解決過程」という記号表現は、「2x+4=8の解決過程」や「2x=4の解決過程」といった代数的な表現、グラフを用いた幾何学的な表現、数表を用いた表現などの実体が付随する(Sfard,2008)。Sfard(2008)は、このような記号表現と実体の関係が樹形上に連なったものを数学的対象とする。

また、数学的対象の形成は命名によって特徴づけられ、その方法によって「単一的ディスコース対象(simple discursive object)」と「複合的ディスコース対象(compound discursive object)」に分類される。前者は初源対象(primary object)と呼ばれる、見たり触ったりできる知覚可能な具体物に、名前や記号を与えることで形成される。例えば現実の犬に名前をつけることがあげられる。また、後者は現存するディスコース対象や初源対象に、以下の方法によって名詞や代名詞を与えることによって形成される(Sfard,2008)。

・同一化(saming)：前もって「同じこと」であると思われないいくつかのものに、一つの記号表現を割り当てること（一つの名前を与えること）。

・カプセル化(encapsulation)：ある対象の集合に一つの記号表現を割り当て、それら集合の性質についてまとめて言及するときに、単数形でその記号表現を使うこと。

・具象化(reifying)：一つの名詞や代名詞を導入し、いくつかの対象についての過程に関する語りが、対象間の関係に関する「タイムレス(timeless)」な語りとなる。

以上より、コモグニション論において数学的対象は数学的概念を表すことになる。よって本研究では、コモグニション論に基づき、記号表現と実体の関係によって数学的な概念を捉えていく。また、数学的対象の形成にはディスコースが深く関与する。これは2.2で述べることにする。

2.1.3 Güçler(2016)の実践におけるコモグニション

Güçler(2016)はコモグニション論に基づき、「関数」という数学的対象を言語に注目して分析している。例えばLea (以下Lea、Ron、Fred、Martin、SteveはGüçler(2016)の教授実験の調査参加者である)は授業中の関数の定義づけを行う場面で、「関数」という記号表現を「一つの変数がもう一つと関係して変わる2変数間の依存性」だと語り、実体化している。さらに、実体として現れた言葉、例えば「関係」を次の記号表現とした新たなディスコースを構成しているケースもあり、記号表現と実体は相対的な関係であると捉えている。

このようにGüçler(2016)は、記号表現を実体化する活動を繰り返し、学生に様々な実体を知覚、関係付け、序列化させることで、関数という数学的対象の形成を試みている。

また、上記の Lea のディスコースは初期調査において記述されたものである。Güçler は学生が授業後に書いた日記も分析に利用しており、コミュニケーションの対象が個人内、個人間の行為全般であるというコモグニション論に基づいている。

2.2 ディスコース

2.2.1 Güçler(2016)の実践におけるディスコースとメタ規則

コモグニション論における分析単位はディスコースであり、Sfard(2008)はディスコースをコミュニケーションの特定の種類であるとしている。また、言語ディスコースは言葉の使用(word use)、視覚的媒介(visual mediators)、認められた物語(endorsed narratives)、ルーチン(routines)によって特徴づけられる(Sfard, 2008)。ここで言葉の使用とは、そのディスコースが持つ独特な語の使い方のことである。視覚的媒介とは数学的なコミュニケーションを高めるのに用いる可視化できる対象であり、具体的には図や数表、グラフ、代数的記号等である。認められた物語とは関連する共同体によって真であると認められる一連の相互作用を意味し、数学的な定義や定理、性質を含む。物語(narratives)という語を使っているのは学習者が関係する共同体においてそれが築かれてきた文脈を意識してのことだろう。ルーチンとは、類似の状況で同じことが繰り返される、ディスコースのパターンを決定するメタ規則の集合である。メタ規則とは参加者の活動規則であるため、例として、関数を同定するための方法を使うことや、論証場面において合同条件を使うことなどが挙げられる。

2.1.2よりコモグニション論において数学的対象の形成は、ディスコース対象の形成であり、これらは言葉の使用、視覚的媒介、認められた物語、ルーチンによって特徴づけられるディスコースにおいてなされる。これより本研究におけるディスコースとは、記号表現と実体を関連付けるコミュニケーション過程を指す。また、コモグニション論の定義により、ディスコースは個人間だけでなく、個人内においても起こり得る。さらに、ディスコースを構成するとは、記号表現の実体化を図ることであるといえる。

Güçler(2016)はSfard(2008)に準じ、数学をディスコースそのものとして捉えている。しかしGüçler(2016)の捉えるメタレベル規則には、後述(2.3.3)のようなディスコースに内在する個人の価値観や社会規範的な物も含まれ、Sfard(2008)のいう数学的ディスコースにおけるメタ規則より広い。

金本(2001)は文脈を「推論や意味の構成にあたって前提として機能するもの」と定義し、教室という空間には社会的規範等の価値を含む社会的文脈も存在するとしている。また、「メタ」という言葉自体が一階層上からその対象自体について語る性質をもつため、メタディスコースには既存の様々なディスコースや文脈が内包されると考えられる。この意味で、金本(2001)のいう文脈が授業中のディス

コースに埋め込まれてメタ規則化したものは、Güçler(2016)のいうメタレベル規則に相当し、数学的な概念形成に影響する。

よって本研究では、Güçler(2016)やSfard (2008)、金本(2001)のいう、ディスコースの言外の暗黙的な部分を示したり、制御したり、その方向性を定めたりする行為に関わる規則全般をメタレベル規則、その明示や変更を伴うディスコースをメタディスコースとして捉えていく。

Güçler(2016)は全授業を通じて「関数の定義づけ」をテーマにしている。したがって、授業中は関数をめぐるディスコースが構成され、その記号表現には常に関数と関連する語が含まれている。この活動から、例えば、「独立変数、一対一対応、表」といった言葉の使用や「表や式、グラフ」等の視覚的媒介を道具として用い、「独立変数が一つの従属変数のみと一対一対応になる」「表を使ってグラフをかく」などの認められた物語が実体として現れてくる。また、時には形成された実体をより明らかにするため、実体化された認められた物語やそこに使われる言葉、視覚的媒介が記号表現となって新たなディスコースを構成することもある(表1)。

記号表現	メタレベル規則	実体
関数	ルーチン	言葉の使用 視覚的媒介 } 道具 認められた物語

表1　ディスコースの構成

Güçler(2016)は関数という記号表現を様々な形に実体化することでディスコースを発達させ、新たなディスコースを構成している。また、それらを修正したり、関連付けたりすることによって、個人の数学的な概念が形づくられていくとしている。Sfard(2008)は計算ディスコースを図1のように発達するものだと示しており、Güçler(2016)もこれに準じて関数という数学的対象の形成を図っているといえる。

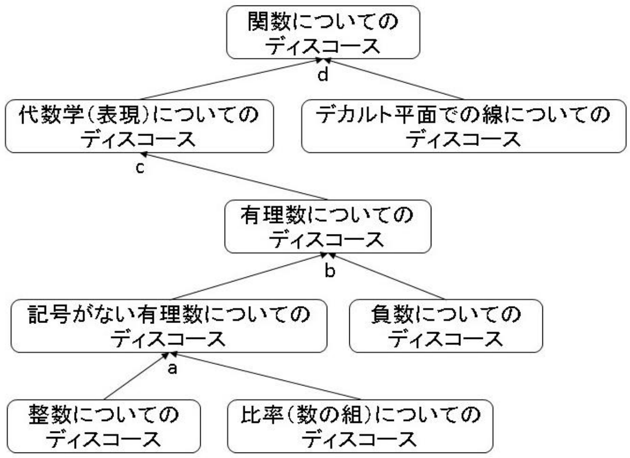

図 1 Sfard(2008) 計量ディスコースの発達

2.2.2　先行研究と本研究の位置づけ

コモグニション論におけるディスコースに基づく先行研究は日本国内においても多数行われている。記号論の視座からのミスコンセプション研究(真野,2013)や単元構造の分析(大滝,2013)、ディスコースへの参加と数学的対象の構成に関わる研究(布川,2016)、授業中数学的対象を構成する際の教師や生徒の語りを分析した研究(日野,2016)など、その対象は広範囲に及ぶ。しかし、Güçler(2016)も含め、どの研究においてもメタレベル規則について語られているにも関わらず、その捉え方やディスコース内の表出過程は様々であり、精緻が必要である。

そこでまず、メタディスコースが構成される場について考察していく。

2.3　メタディスコースが構成される場

Güçler(2016) のディスコース分析において生じているメタレベル規則に焦点を当てて、メタディスコースの構成場面を考察し、分類していく。

2.3.1　記号表現と実体を関係づける場

Güçler(2016)は、2.1.3で述べたLeaの「関数」という記号表現(以下図中はS)に対する「２変数間の依存性」という実体(以下図中はR)が、「動的な変化を想定する」というメタ規則(以

下図中はM)に基づくと分析している(図2)。

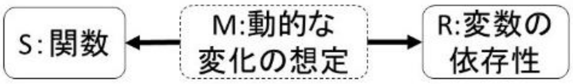

図2　Leaのメタディスコース

メタ規則はしばしば暗黙的であるため、Güçler(2016)では「関数とは」に続く単語を答えさせ、その語に関わる考えを詳しく述べる活動を取り入れていれることでその表出を促している。さらに、授業中の観察だけでは記述できない場合を想定し、授業後に個別のインタビューを実施し、ディスコースを形作るメタ規則の把握を目指した。さらに学生は授業を振り返る日記をつけて、振り返りの中で自らもつ関数的実体を形作るメタ規則について考える機会を与えられる。

このようにGüçler(2016)では、記号表現と実体を関係づける数学的な根拠、推論等といったメタ規則の明示を図るメタディスコースの場が構成されている。

また、このディスコースは実体が連鎖することもあり得る。例えば2.1.2で示した「7x+4=5x+8という方程式の解決過程」という記号表現は、「等式の性質」というメタ規則により「2x+4=8の解決過程」や「2x=4の解決過程」といった実体と関連付けられる。このように複数の実体を伴う一連のメタディスコースもある。

2.3.2　ディスコースを比較・分類・包含する場

Güçler(2016)には複数のディスコース対象から複合的ディスコース対象を形成するメタディスコースも見られる。以下は、関数の定義づけを行う教授実験中において、一人一人が一つの言葉を示した後、それを詳しく説明する場面のプロトコルである。

Ron:[写像について] 出力のため定義域を値域に写像する過程です。

Fred:[グラフについて] 関係の描写のためです。

Martin:[パターンについて]それは…変わり方がいつも同じようなものです。

⋮

Teacher:関数を定義づける方法が少なくとも10ありそうです。それらは全て同じですか？

Steve:関係が全てを捉えると思います。グラフ、写像、パターンは全て関係の構成要素です。

Güçler(2016)は、グラフを対象としたディスコースが、(1,3)、(2,5)など、一つの入力値が一つの出力値をもつ２変数を描写した視覚的媒介を想定したメタ規則に、写像を対象としたディスコースが、xに対してただ１つのyが存在するという写像を想定したメタ規則に、そして、パターンを対象としたディスコースが、変数xの値にyの値を定める規則性が想定されるメタ規則に基づくと分析している。教師の働きかけによって既存のディスコースの比較・分類がなされ、Steveは「グラフ、写像、パターン」がすべて２変数やそれに限らない「関係」を表しているため、その同一的特徴を捉えて「関係」を取り出した。Güçler(2016)はこの過程を既存のディスコースを包含するメタ規則である同一化(saming)だと捉えており、「関係」という複合的ディスコース対象が形成された(図3)。

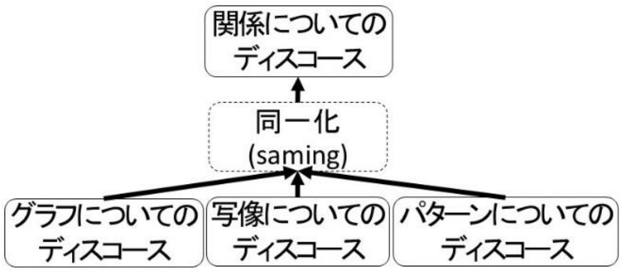

図3　同一化(saming)過程

このようにGüçler(2016)は複数の実体を分類し、類似点があれば包含するメタディスコースを引き起こすことで、ディスコースを進展させている。

そしてこれは具象化(reifying)過程でもある。関係を対象としたディスコースは他の3つを包含したことにより、その後はこの文脈を省略でき、タイムレス(timeless)な語りが可能に

なる(図4)。

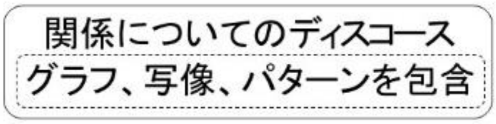

図4　具象化(reifying)後の対象

このような過程によってディスコースは複層的なものとなる。また、この過程の結果として「関係という言葉には２変数をグラフに表記した視覚的媒介を含む」というこの共同体特有の認められた物語がつくられた。これより認められた物語は、それ自身がメタ規則化しているものであると考えられる。

このようにGüçler(2016)では、対象間を比較・分類したり、包含したりする場において数学的な推論を用いたメタディスコースが構成されている。

2.3.3　ディスコースを評価する場

Güçler(2016)においては多様な実体についてのディスコースから、自らの関数的な対象を形成することに主眼が置かれている。複数の実体の構成、分類がなされた後に発生するのが、それまでのディスコースからどれを上位の概念として位置付けるか評価する視点である。

例えばFredはディスコース終了時に様々な関数的実体への理解を示したうえで「私の考えにおいて強いモデルなので、まだ出入力モデルを使いたい。」と発言し、自らの嗜好に基づくメタ規則を示している。また、Leaは「一つの変数がもう一つと関係して変わる変数の過程」だと語り、その根拠を「教師である自分は生徒に『出力値』や『値の組の集合』といった関数の静的な面よりも、その背後にある過程をよく理解することを望むからだ」と語っている。これをGüçler(2016)は、生徒には答えという結果だけでなく、それを導く過程を重んじてほしいという、Leaの教師としての社会的な立場から生じるメタ規則であるとしている。

このように、Güçler(2016)では既存する複数のディスコースを俯瞰し、評価する場面でもメタディスコースが構成されている。ここで見られるメタレベル規則には、必ずしも数学的だとはいえない、個人の価値観や社会規範的なものも含まれている。

３．先行研究に見られるメタディスコースの構成場面

3.1　ディスコースをシフトさせる場

小池(2005)は、言及されている対象と意味の側面からディスコースのシフトについての研究を行っている。以下は小池(2005)による中学校3年生の中点連結定理の学習場面で、ジオボードに作られた三角形を動かし、三角形の中点を結んだ線と底辺の関係について考察する活動中のプロトコルである。

154　鈴木　これとこれ(底辺と赤のゴムを指して)は平行なんや。
155　C　これとこれ。
156　広瀬　何で？
157　鈴木　平行なんやない？
158　鈴木　これとこれ。
159　谷口　これとこれ(底辺と赤のゴムを指して)。
160　鈴木　平行で、こことここ(直角に近い同位角を指して)等しくって・・・。
161　T　どうして平行になるんや？
162　広瀬　どうして平行になるんや？
163　鈴木　平行やとしたらやぞ。
164　広瀬　証明してください。
（中略）
178　広瀬　同位角や。
179　鈴木　２組の角が等しい？
180　広瀬　うん、２組の角が等しい。
181　鈴木　んで、ここ(頂点を指して)は？
182　生徒　共通。

小池(2005)は、154鈴木の発話で対象の意味としての側面であった平行である関係が、164広瀬の「証明してください」という発話によって言及する対象に移行し、対象と意味が

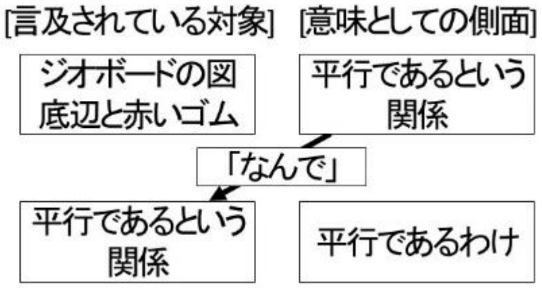

図5　小池(2016)ディスコースのシフト

共に変わり新たなディスコースを形成する起点となっていることを指摘している(図5)。

しかし、本研究における分析枠組みでは、ディスコース対象となっている記号表現はあくまでも「平行」である。154鈴木は「ジオボード中の２辺」という知覚可能な初源対象に対して、見た目による経験的な認識から「平行」という記号表現を導入するディスコースを形成している。それに対して156広瀬の「何で？」や164広瀬の「証明してください。」によって「証明する対象」としてのメタ規則に変更されて「同位角が等しい」という平行線の性質（認められた物語）を実体とするディスコースを形成した(図6)。

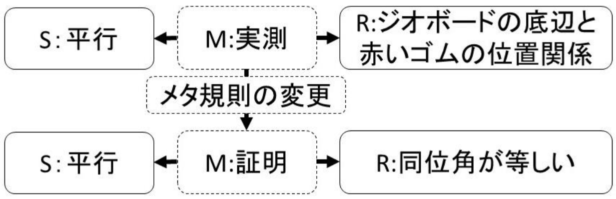

図6　本研究のディスコースのシフト

このように小池(2005)のいうディスコースのシフトは、メタ規則の変更に伴って新たな記号表現や実体を生み出すディスコースの構成過程であると考えられるため、本研究ではこのようなシフトを「ディスコースをシフトさせる場」でのメタディスコースとする。また、これはSfard(2008)でいうメタレベルでのディスコースの進展であり、既存のディスコースについての振り返りを引き起こす。この場面では平行という対象について、具体物と認められた物語が結び付けられたことになる。多くの場合、メタレベルの進展は新しい数学的対象の導入によって引き起こされる(日野, 2016)ため、Güçler(2016)においても個々の学生が実体化した複数の認識を比較することでこの進展を図っている。しかし、実際の授業場面においては、論証の必要性等の子どもの価値観などにより、生徒から新たな関係が見出されることもあり得る。

また、真野(2013)は、中学校における平方根の加法の学習において、$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{a}$となる有理数$a$は存在しないことを示す議論の中に、具象化に伴うメタ規則の変更を同定している。この過程では、$\sqrt{2}+\sqrt{3}$という平方根を含むフレーズ型の式に対して、計算プロセス(過程)を表すメタ規則を、プロダクト(結果)を表すメタ規則に変更することを必要とする。これより、メタ規則の変更を伴うディスコースのシフトは具象化過程そのものであるケースもあり、数学的な概念形成につながるメタディスコースである(図7)。

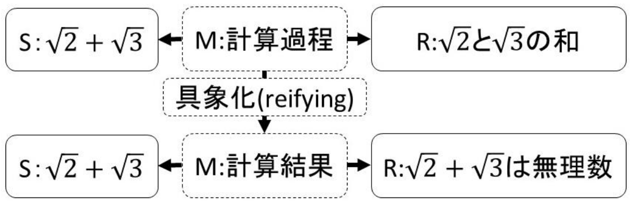

図7　具象化に伴うディスコースのシフト

3.2　メタディスコースの構成場面の関係

上述のメタディスコースがどのように関係しているのかを考察する。まず「記号表現と実体を関係づけるメタディスコース」においてメタ規則を伴った数学的対象が形成される(図 8①)。この過程を経たディスコースは「ディスコースを比較・分類・包含するメタディスコース」によって新たなディスコースを構成したり、他との区別化が成されたりする(図8②)。また、時にはメタ規則の変更によって「ディスコースをシフトするメタディスコース」がなされ、新たなディスコースを構成する場合もある(図 8③)。このようにして複数構成されたディスコースは「ディスコースを評

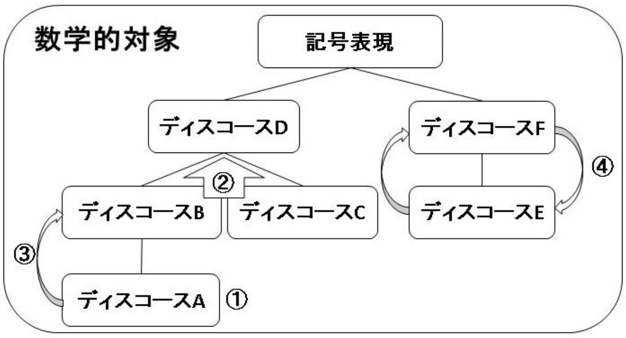

図 8　メタディスコースの関係

価するメタディスコース」によってその順序や位置づけが変更される(図 8④)。

数学的対象は、これら一連のディスコースによって記号表現と実体が関係づけられることで形成される。

4．ディスコースを方向付けるメタディスコースの要素

授業中はディスコースの進む方向に作用し、数学的対象の形成に関わるメタディスコースの要素が存在する。ここでいう要素とは、全体を分断した一部ではなく、何らかの影響を与えるような単位的な視点である。したがって、要素が集まったからといって全体を示せるわけではなく、全体には要素の集まりだけでは説明できない暗黙性が関与しているものとする。以下先行研究の知見とプロトコルを通じて考察する。

4.1　公的なディスコースと個人的なディスコースという視点から

中村(2002)は授業中に直接話している教師や生徒によって構成されるディスコースを公的、生徒個々が構成しているディスコースを個人的と表現している。その上で、子どもたちがこの2つのディスコースを関連付ける､つまり個人的なディスコースを公的なディスコースに方向付けるためには、「自分では気付かない、考えられないことがあった」、「自分ではやっていないこと」のように自分の考えの外にあるという観点が必要であることを見出している。自分とは異なる個人的なディスコースが公的なディスコースになることが重要であるといえる。

これは本研究において、記号表現と実体を関係づける場とディスコースを比較・分類・包含する場の結びつきによって可能になる。分からないなら分からないという自覚も含め、自らのディスコースの構成状態を把握してから、公的ディスコースに参加して比較をするという一連の過程をメタ規則化することで、個人のディスコースを生かした能動的で対話的な授業を展開できる。個々のディスコースが互いに共有されて公的なディスコースを構成し、再度個に還元されるサイクルによって数学的対象そのものが発展し、生徒個々に複数の実体を伴った豊かな数学的対象を形成することにつながる。さらに、これらの過程によって生徒たちが互いに関わり合う人間的な成長も望まれる。

またこれより、メタディスコースには範囲や大きさがあることも同定できる。一人の生徒の思考やつぶやきによってなされるメタディスコースを｢個人的なメタディスコース｣、一部の生徒相互、または教師と数名の生徒によってなされるメタディスコースを「ローカルなメタディスコース」、授業中の一斉場面で、学級という共同体全体によってなされるメタディスコースを「公的なメタディスコース」と名付ける。

4.2　教授実験におけるプロトコルから

金本(2000)は小学５年生の単元「四角形と三角形の面積」において、台形の面積の公式と三角形の面積の公式を関連付けることを目標とした以下のプロトコルを考察している。

01 T：　うん、じゃ、台形の面積の公式と三角形の面積の公式、いっしょにできない？台形の面積の公式、どうに見れば三角形の面積の公式になっちゃう？

02 C：　えーっ。

03 渡辺：三角形の方は、底辺が１つしかないけ

ど、２つにすると、底辺が２つになって…

04 T：　なるの？

05 渡辺：上底と下底。

06 T：　三角形に上底があるのですか？

07 渡辺：ていうか、２つたすと…

08 T：　２つくっつけて平行四辺形にするということ？

09 渡辺：で、…

10 T：　いいよ、いいよ、ちょっとおいといて。はい、安部くん。

11 安部：ぼくは、２つの台形をくっつければ平行四辺形になるのだから、上底と下底というのを２つ分と見ないで、平行四辺形の底辺と見た方が…

12 T：　あー、そういうことじゃなくて、公式の方から見て、公式の上から…

13 高橋：上底も下底も底辺だから、台形の面積は三角形の面積の式になる…

14 T：　何か、分かっていそうだけど。じゃ、いいよ。聞きますよ。実に簡単な質問。三角形に上底ってあるの？

15 中村：ない。

16 T：　下底は？

17 中村：ある。

18 T:　あるよね。じゃ、三角形の公式で言えば、上底は？

19 C：　ない。

20 T：　ゼロなんでしょ。

21 C：　あーっ。

22 T：　すると、ゼロたす底辺、×高さ÷２.

23 C：　何だ。

この場面は台形の面積の公式と三角形の面積の公式の同一化を図っていることから、ディスコースを比較・分類・包含する場として位置づく。07渡辺の「2つたすと…」から11安部は「平行四辺形」を想起し、ディスコースが台形と平行四辺形の関係に移りかけている。そこで12教師は「そういうことじゃなくて、公式の方から見て、」と修正を促す発話を行い、上底がないという児童の発言に対して20で「ゼロなんでしょ。」と言い換えることによって公式同士の関連付けに向けてディスコースを進展させている。

この過程において金本(2000)は、教師の公共性の決定者、形成者としての性格を示している。子どもたちがもつ教師の言葉には数学的な真実が潜み、それを見出そうとするメタ規則に基づいて、教師が意図する同一化に向けた公的なメタディスコースが構成されているといえよう。

その一方で､台形には上底と下底があるが、三角形には底辺しかないという認識から07渡辺が2つの三角形を想起したり、11阿部は2つの台形を用いることで等しい長さを作り出そうとしたりしている。これより児童たちは図形的な操作によって解決しようとしていることが分かる。幾何学的問題に代数的認識を適用するメタ規則の変更が同一化の困難性となっている。これは中学校において、例えば図形領域の柱体と錐体、円とおうぎ形、関数領域のグラフと式を関連付ける場面でも生徒の学習を妨げる要素になる。

Güçler(2016)は､子どもたちが同じだと見ないことを指導者が異なるものとして捉えられないことが、メタ規則が暗黙的になる一因であるとするSfard(2008)に同意する。ディスコースを比較・分類・包含する場がスムーズに進まない時には、同一視させない何らかのメタ規則が働いているものとして生徒目線で探っていく必要がある。この特定を図り、メタ規則の変更を伴うディスコースのシフトを丁寧に扱うことが、同一化という結果に対する子どもたちの同意につながる。

５．おわりに

本稿では Sfard(2008) を参照しながらGüçler(2016)の実践と先行研究を通じてコモグニション論に基づくディスコースとメタディスコースに関わる概念規定を行い、具体的な教授場面におけるメタディスコースの所在

を明らかにしてきた。その上でそれらの場においてディスコースを方向付けるメタディスコースがどのように存在し、どんな要素をもつのかを考察してきた。

その結果「記号表現と実体を関係づけるメタディスコース」と「ディスコースを比較・分類・包含するメタディスコース」に関わる一連のメタ的行為を規則化することが、個人的なディスコースと公的なディスコースを関連付けることにつながり、数学的な対象を発展させるとともに、生徒が他と関わり合う能力を高める要素になる可能性を見出した。また、授業中は、いくつかのメタ規則が複層的に関わり合っており、生徒の目線に立ってその特定を図ることが生徒の学習に関わる困難性の解消につながるといえる。さらに、授業中のメタディスコースは､個人的､ローカル、公的の３段階の大きさをもつことも特定された。

今後はより多くの教授場面の検証を通じてメタディスコースが構成される場の更なる精緻を行うとともに、反復的に見られるメタ規則を明らかにすることが課題である。また、メタディスコースの視点を取り入れた授業のデザイン、実践を通じて、メタディスコースが数学的対象の形成に及ぼす影響について考察を進めていくことも必要である。

引用・参考文献

Güçler, B. (2016). Making implicit metalevel rules of the discourse on function explicit topics of reflection in the classroom to foster student learning. *Educational Studies in Mathematics*, 91, pp.375-393.

日野圭子. (2016). 関数の授業における数学的対象の構成－Sfard の談話論からの考察－. 日本数学教育学会，第 4 回春期研究大会論文集, 41-48.

金本良道. (2000). 算数科の授業における多層的なコンテクストとコミュニケーションの機能．全国数学教育学会誌数学教育学研究, 6, 77-87.

金本良道. (2001). ある算数科の授業における意味とコミュニティとの相互的構成．数学教育学論究, 77, 3-21.

小池徳雄. (2005). ディスコースのシフトの観点から見た中学校数学の授業改善に関する考察．上越数学教育研究, 20, 61-70.

国立教育政策研究所. (2016). OECD 生徒の学習到達度調査-2015 年調査国際結果の要約-. http://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/pdf/2015/00_result.pdf (2016.2.15 確認).

文部科学省. (2016). 次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめのポイント. http://www.mext.go.jp/component/b_menu/shishi/toushin/__icsFiles/afieldfile/2016/09/09/1137702_3.pdf (2016.2.15 確認).

中村光一. (2002). 数学授業における公的なディスコースと個人的なディスコースのかかわり．第 35 回数学教育論文発表会論文集, 563-568.

布川和彦. (2016). 対象把握のためのディスコースと学習のパラドクス．日本数学教育学会，第 4 回春期研究大会論文集, 49-56.

大滝考治. (2013). 確率単元の構造に関するコモグニション論的考察－中学校数学教科書の分析を通して，数学教育学論究, 95, 49-56.

大滝考治. (2014). 確率ミスコンセプションのコモグニション論的解釈－小数の法則に焦点をあてて－．全国数学教育学会誌数学教育学研究, 20, 1-9.

Sfard,A. (2008) *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing.* New York: Cambridge University Press.

真野祐輔. (2013). 平方根の加法の学習における記号論的連鎖と具象化の分析-A.Sfard の数学的ディスコース論の視座から-. 数学教育学論究, 95, 193－200.