上越数学教育研究，第 38 号，上越教育大学数学教室，2023 年，pp. 1-10

分数が明示されない文章題における小学６年生の解決の様相 [1)]

布川　和彦
上越教育大学

１．はじめに

平成 29 年度全国学力・学習状況調査算数 A2 (4)は 5÷9 の商を分数で表す問題であったが，その正答率は 69.4 %に留まった．平成 20 年度算数 A1(6)の 2÷3 の商を分数で求める問題では正答率が 73.8 %であったので，状況の改善は見られなかった．平成 28 年度に出された 2/9×3 の正答率が 87.1 %であり，約分をしなかったという 2.5 %を加えると 90 %近い正答率であったことと比べると，正答率はかなり低いと言える．

分数自体の計算問題と，分数自体の計算ではないが分数が関与する問題とで正答率が異なることは，中学生にも見られる．平成 20 年度全国学力・学習状況調査数学 A1(1)の 5/7–2/3 の正答率は 85.6 %，平成 22 年度の数学 A1(1)の 1/4+2/5 は 85.7 %であったが，平成 21 年度数学 A3(2)の一次方程式(3/4)x＝(1/4)x–7 では正答率が 53.5 %であった．平成 27 年度の数学 A3(2)の 1.2x–6＝0.5x+1 を解く問題では正答率が 74.4 %であったので，係数が分数であったことの影響が伺える．

中学 1 年の学習では反比例も分数と関係する．平成 31 年度全国学力・学習状況調査数学問題 4 は反比例の表を提示し，その y を x の式で表させるものであったが，正答率は 49.9 %であった．分数の形をした式を用いなかった誤答が 21.1 %見られた．

以上の結果は，その関与が明示的でも，分数が関わると難度が増すことを示している．しかし中学校では明示的に断らなくとも文字式や方程式，関数の学習において分数が関与する場合もあり，その際に学習者は，分数関連の問題として提示されない中で分数を扱うことが求められる．そうした学習が中学校第 1 学年から既に多く行われ，しかも分数の理解が文字式の学習にも影響を与えるとすれば (Booth & Newton, 2012; 大阪数学教育研究会, 1987)，分数が明示されていないが分数が関わる問題を解く過程で，児童が分数をどのように扱うかについて検討しておくことは，小中接続の点からも重要と考えられる．

以上より本稿は，分数が明示されていないものの分数が関わる文章題に取り組む小学 6 年生の解決の様相を考察し，解決を妨げる要因を明らかにしようとするものである．

２．分数が関わる問題における学習者の思考

分数に関わる問題としては，2 m を 3 等分した 1 つ分の長さが何 m かを求める問題がしばしば取り上げられる．平成 22 年度全国学力・学習状況調査でも 2 L のジュースを 3 等分した 1 つ分が何 L かを分数で求める問題が出され，正答率は 40.6 %であった．最も多い誤答は 1/3 で 19.7 %であった．3 等分した 1 つ分, つまり 1/3 については 2 L が基準量だが, 何 L かを考える際は 1 L が基準量である．上の結果はこうした基準量の使い分けに困難があることを示唆するが，進藤(2009)の事例は別の可能性も示唆している．

進藤(2009)は2÷3=2/3であることを学習した後の小学5年生に対しインタビューを行っているが，あえて3÷4の商を分数で表すことを先に問い，その次に2Lのジュースを3人で分けた時の一人分を問うた．インタビューを受けた3人の児童は3÷4の商を3/4と表すことができたが，2名はそのように習ったからと答え，1名は商を小数で求めた後にそれを分数に直した．ジュースの問題に対し1名はまず小数で答えを求め，他の表し方を問われて2/3と答えたものの，図で説明するよう求めると1つの円を3等分し，その2つ分を塗ったような図をかいたとされる．別の1名は1Lの2つ分を3人で分けることは理解していたが，図としては長方形を3等分して2つ分を塗ったような図をかいた．他の表し方を問われると小数で答えたが，割り切れないことから自信がない様子であったとされる．三番目の児童も自分では小数で求めて0.67とし，インタビュアーが3÷4を想起させた後に2/3と答えた．進藤(2009)の示す児童の解決では，基本的に2÷3の商を小数で表すことが先行していた．そして，インタビュアーに別の表し方を問われたり，3÷4の時の結果を想起するよう促されたりして，ようやく2/3という分数による表し方に至っていた．

他方で，類似の問題であっても，小数を用いて提示する場合と分数を用いて提示する場合で，児童の取り組み方に違いが生じるとの指摘もなされてきた．坂本(2003)は同一の子どもたちに小学5年時には小数倍の問題を，6年時には小数倍と分数倍の問題を解いてもらった．そして小数倍の問題の解決が1年後にどう変化したかとともに，5年時の小数倍問題の解決と6年時の分数倍問題の解決との関連についても考察している．その分析を通して，小数倍問題では正しい立式をしていながら分数倍問題では演算の決定を誤った者が相当数いたことや，「小数倍問題を解く際には使えていた知識が[分数倍問題では]適用できなくなる場合もあること」(p. 12)を明らかにした．さらに分数倍問題では数量関係を示す「図の正誤と立式の正誤との関連が小数倍問題の場合より弱くなっていた」ことも指摘し，「分数になると，倍の関係は正しく表現できたが適切な演算を選べなかった児童が増えたため」(p. 13)であったとしている．

なおShin & Bryant (2017)はコンピュータ上で面積図を操作しながら考えるソフトウェアを用い，問題の理解や図による表現を意図的に行うことを米国の6～8年の児童3名に指導したところ，整数の分数倍や分数の整数倍に関わる文章題の解決に改善が見られたとしている．これは坂本(2003)が指摘した困難点への対応策を示唆するものとも考えられる．

進藤(2009)は児童が分数の問題を解く過程を詳細に考察しているが，そこで用いられている問題は，商を分数で表す学習の導入で頻繁に用いられる問題に留まっている．そのため，分数倍を用いて思考するというよりも，3等分した量を分数で表すことに重点がある．一方，坂本(2003)は分数倍が関わる文章題を扱っているが，児童の集団における平均正答数に基づく分析であり，解決の途中の思考過程については考察を加えていない．Shin & Bryant (2017)は少数の児童を対象としているものの，やはり解決時の思考過程については分析を行っていない．

そこで本稿では，分数が関わる文章題を児童が解決する際の思考過程を詳細に分析することで，その解決を妨げる分数独特の要因を探ることを目的とする．

３．対象とする解決過程

(1) 研究の方法

小学校6年1クラスにおいて，分数の乗法，除法，分数と小数の計算を扱う授業27回を，観察者の手持ちのビデオカメラ1台で記録した．特に第27時にワークシートに取り組んだ際，比較的長い時間に渡り解決に取り組む

児童の様子が記録できたことから，この時の解決過程を書き下し，考察の対象とした．また解決過程を解釈するための補助的な情報を得るために，同じ児童によるワークシートの他の文章題の解決，および同じ児童の他の授業中における発言や行為についてもビデオ記録から取り出した．

(2) 考察の対象とした解決過程

児童 A は次の問題に約 20 分間取り組みながら，最終的な解答に至ることができなかった：「132 km 進むのに 6 L のガソリンを使う車があります．この車で 60 km 進むには，何 L のガソリンが必要ですか」．A はこの問題を後回しにして他の問題を先に解答し，後でこのガソリンの問題に戻った．A はまず「60 ÷132＝」と立式し，その筆算をしたが，商の部分に 0.45 と書いた時点で筆算と式を消した．次に「132÷6＝22」と書き，さらに「60÷22 ＝」と書いた．60÷22 の筆算を行い，商の部分に 2.7 と書いたところで筆算を消した．

教師が A の所に来た際に「問題がなんか変じゃないですか」と言い，問題を声に出して読んだ．さらに「132 を[聴取不能]して 1 L 当たりの走る距離をやったら 22，22 km なったんですよ，ほいで，ここ[問題文の「60 km」を丸で囲む]何キロ[ママ]かわからないから，1 L 当たりにかかる距離[で]割れば，答え求められるんじゃないかな」と説明した．教師はそのやり方でも間違いではないと伝え，図をかいてみるよう助言を与えた．

A は図 1 をプリントにかいた．図では上段が km を，下段が L を表していた．記入の際はまず右側の縦線を引き，その上側に 132 を，

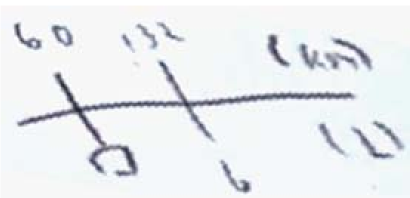

図１：児童 A がガソリン問題でかいた図

下側に 6 を書いた．次に左側の縦線を引き，今度は先に下側の□を書き，後で上側の 60 を書いた．

図をかいたあと 30 秒ほど何もかかずにいたが，図の□から 60 に向かう矢印をかき，その左側に「×22」と書いた．さらに 60 から□に向かう矢印もかき，その左側に「÷22」と書いた(図 2 参照)．そして 60÷22 の筆算を始めたが，商を 2 と立ててひき算をしたあたりで計算を止め，今の筆算と前に書いた「60 ÷22」の式を消した．

図２：矢印の追加された児童 A の図

観察者が約 30 秒間，隣の児童の様子を記録して A の方に戻ってくると，「132÷60＝2.2」の式が書かれ，図で 132 から 60 へ左向きの矢印も追加されていた(図 2 参照)．その直後，特に他の計算をすることなく，答えの欄に「2.8 L」と記入した．隣の児童と話をした後で，A は「答えは何となくわかるんだよね，答えはわかるけど式がわかんない」と発話した．

A は「ここに」と言って図の□をなぞり，その中に「2.8」と記入した(図 2 参照)．その後，図の上で鉛筆を動かしていたが「え，なんでえ」「なんで答えわかるのに式が立てらんない，え，おかしい」と発話し，「132÷60 ＝2.2」の式も消した．「28÷6＝」と書いて 28÷6 の筆算を始めながら，「どうやって式立てるの」と発話した．筆算の途中で式や筆算の 28 を 2.8 に直して商も修正した．筆算を続けて商が 0.466…となりそうな状態になると「これ答え求めらんない」と言い，筆算を消した．そして「式どうすんの，ほんとに意味がわかんね」と発話した．観察者が答えはいくつだったのか尋ねると「答え 2.8 なんです

よ」と答えた．

ここで教師は全体に向けて，今のガソリンの問題について図をもとに考えてみてはどうかと補足した．その補足の途中でもAは式を新たに「6÷2.8＝」と書き，6÷2.8の筆算を始めた．商の部分に「0.」と書いた後，「あ間違った」と言って商の部分を消し，黒板の図を見たが，自分の図は直さなかった．

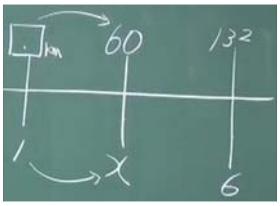

図３：補足説明の際に教師が用いた図

黒板の図をしばらく見ていたが，「22なんですよ」と言い，「6÷2.8＝」の「2.8」の下あたりに「22」と書いた．すぐに「6÷2.8＝」「22」と筆算の全てを消し，改めて「132÷6＝22」の式を書いた．「逆で割ってみたらなんかできるかもしれない」と言い22÷60の筆算を始めるが，途中で「これも割りきれない」と言って筆算を消した．

「132÷6＝22」を残したまま再び「60÷22=」と書いて，その筆算を始めたが，「えーっ」と途中で言って計算を止めた．「答えは地味に自信がある」と発話し，また問題文の「132 km」を指して「なんか，この割合的になんか，[「132 km」と「60 km」を丸で囲みながら] 割合的になんか2.8」と発話した．それから「132÷6＝22」「60÷22＝」の式と60÷22の筆算を消した．

観察者が分数の使用を助言すると，「なるほど」と言って132÷6の132と6を分数に直して「132/1÷60/1＝(132×1)／(1×60)」と書き，約分をして答えを11/5と求めた．「やっぱ2点」と言うが，少しして「そしたらなんかおかしい気がする」「あそっか，6が関係なくなる」「そっか」と発話し，しばらくしてこれらの式を11/5も含めて消した．隣の児童が答えだけ書くのもありだと言うと，「もう答え書いてる」と応じた．

この後「132÷2＝66」「60÷66」の式を書き，60÷66の筆算を書きかけたが，計算を始める前に「これ割る3した方がわかりやすい」と発話し，筆算の途中で「132÷」を残して消してしまった．そして「やっぱ割る3だ」と言い「132÷3＝44」とした．次行に「60÷44」と書き，60÷44の筆算を始めた．

筆算をしている途中で教師は全体に対して，距離60 kmが132 kmの半分以下なので，答えのガソリンの量が6 Lより多いわけがないことを確認した．この時Aは「大体答えはわかる」と発話した．上の筆算で商を1.36と立ててひき算をするあたりで計算を止め，筆算と2つの式「132÷3＝44」「60÷44」も消した．

さらに「132÷12＝11」と書き，60÷11の筆算を始めた．商を5.4と立ててひき算をしている途中で筆算を消し始め，「残っちゃいますねえ」と発話した．消した後で「ん，待って待って」と何か気づいたような声を出し，6÷132の筆算を始めた．商を0.05としてひき算をした後で「132÷12＝11」の式を消して，「6÷132」と書いた。隣の児童が「一緒に答え見よう」と言うと「いや，やだやだ」と応えた． 6÷132の筆算を続けて商を0.053とするが、ひき算の途中で「ああ」と言い，鉛筆を放り出した．

筆算や式を消して「3÷」とだけ薄く書いた．「逆の場合は」と発話して「6」と書くがこれを消し，「132÷6＝22」「22÷6＝」と式を書いた．22÷6の筆算を始め，商を「3.」と立てた時点で「ああ」と言って今の筆算と「22÷6＝」の式を消した．あくびをしながら30秒ほど何もせずに過ぎ，途中で友だちに名前を呼ばれても反応しなかった．この時点で解決時間が終了となった．

(3) Aの他の問題に対する解答

児童Aの解答を考察するために，同じワークシートにあった他の文章題について，Aが

どのように解答していたかを見ておく．

900 円の商品を 35 %引きで買った時の値段を求める問題では，900×0.65＝585 と式を書いてその筆算を行い，答えの欄には 585 円と書いていた．ここでは割合についての基本的な関係を捉えて，適切な式として表現することができていた．

体重の約 2/25 が血液である時に体重が 40 kg の人の血液の重さを求める問題では，40×2/25 と立式した．40 を 40/1 と考えて分数どうしのかけ算として(40×2)/(1×25)と変形し，約分して 16/5 と求めた．答えの欄には約 16/5 kg と書いた．

面積が 1(4/5) m^2 で横の長さが 0.75 m の長方形の縦の長さを求める問題では，1(4/5) を 9/5 に，0.75 を 3/4 に直して，9/5÷3/4=(9×4)/(5×3) を計算して 12/5 と求めた．

(4) A の他の授業での様子

他の授業時間における児童 A の発話や行為のうち，関連するものも見ておく．

第 7 時で 2/5÷1/2 を考えた際，ある子が 1/2 を 1÷2 とし，さらに 2/5÷2=1/5 と答えたが，その 1/5 と正答の 4/5 を比較して，児童 A は「1/5 があと 3 個必要」と発話した．

第 12 時で分数÷分数の計算ではなぜ除数の逆数をかけるのかを考えた際，教師が 2/3÷7/8 を例として出すと「1/2 の方がわかりやすい」と発話した．指名されると確かめ算をするとして 2/3÷7/8＝□だったら□×7/8=2/3 にすると言い，さらに図に表すとした．教師が数直線を板書し，他の子の声に応じて 1 から 7/8 に向かう矢印と「×7/8」を書いた直後，A は「これが 1/2 だったら絶対出来る」「1/2 だと説明しやすい」と発話した．A はしばらく考えていたが，説明できずに座った．座った後で「1/2 ならわかる」と言い，教師が 2/3÷1/2＝□，□×1/2=2/3 の式とその数直線をかいて矢印も入れたところ，A は「1/2 を小数で表すと 0.5 だから，0.5 から 2 倍すると 1 になるじゃないですか，だから÷1/2 は×2 ってなる，×2 ってことはそれに伴って 2/3×2 をすると答え求められる」と説明した．

第 13 時で練習問題に取り組んだ際は，A は早く終わった児童として，教師から他の子の丸付けをする係をまかされた．

第 20 時で数直線をもとに立式することを確認する授業が行われたが，ある子から 1 に対応するのが 8/21 の時に 3/4 に対応する値を求める問題が提案された．教師が 1 から 3/4 に向かう矢印と「×3/4」を記入した数直線を板書した後に式を発表させた際，A は指名され 8/21×1/4 と答え，周囲の子から分子が 3 だと指摘された．

第 21 時では図 4 のような位置にある x を求めることを考えた．横向きの矢印に基づく考

図４：第 21 時で扱われた関係

え方が出された後，まだ縦向きの矢印は教師により記入される前の段階で，A は図 4 の数量関係について「1 が元になる数になって」と発言し，自分で次のような問題を作って説明をした：「ひろしくんの体重は 30 kg です．弟の体重は 20 kg です．ひろしくんの体重を元にした時に弟の体重は何％でしょう」．この問題では 20÷30 で割合が求められたこと，同様のことは小数でも分数でも言え，元になる数で割れば求まるので，図 4 の場合も 2/3÷5/4 をすればよいと説明した．さらに図 4 の「100 %」と「x %」を A は自分から記入した．

第 23 時では分数と小数の混在する計算が扱われたが，例えば練習問題の 0.6+4/9 では，通分した場合の分母部分 /45 をすぐに書き，その後 27/45+20/45=47/45 と計算した．

第 25 時で 15 m が 9 m の何倍かを求める場面で，隣の子が「9 を元にする」と言うと，

Aは「9を元にするから15÷9」と言い，隣の子が「0.6」とすると「え違う，1点，1点，1点えー」と指摘し，さらに「ほんと割れない」と続けた．隣の子が「分数で表すんじゃね」と言うと，Aは「15÷9だから15/9，つまり5/3」と応えた．

４．解決を妨げた要因

(1) Aの解決過程の特徴

児童Aはガソリンの問題を解決することができなかったが，問題場面中の数量関係を反映した式を立てることはできていた．Aが書いた式「60÷132＝」は60 kmが132 kmの何倍に当たるかを求める式であり，この商を，132 km走るのに必要なガソリンの量6 Lにかけることにより，60 km走るのに必要なガソリンの量を求めることができる．

次に書いた「132÷6=22」「60÷22=」はガソリン1 L当たりで走る距離を求め，走る距離60 kmをそれで割っているので，やはり60 kmを走るのに必要なガソリンの量を導くことができる．実際Aは，近くに来た教師に「1 L当たりの走る距離をやったら22 kmなった」こと，60 km分が「わからないから，1 L当たりにかかる距離[で]われば，答え求められる」ことを伝えていた．

教師の助言でかいた図1も，問題文中に出てくる数量の関係を適切に表現していた．そこに加えた□から60に向かう矢印と逆の矢印，矢印の脇に書いた「×22」，「÷22」は，132÷6で求めた22という数値が132と6の間の関係を表す数であり，なおかつ同じ乗法的な関係が60と□の間にもあることを理解していたことを示している．なおここでAが記入した縦方向の矢印については，第21時において教師により図4と同様の仕方で導入されたものであり， Aはそれを自身の解決において適切に用いたのであった．

この図に対してAは，後で132から60に向かう横方向の矢印も追加したが，その際に132÷60＝2.2の式も書いていた．この式の商から横方向の矢印を「÷2.2」と考えれば，6÷2.2によりやはり答えである60 kmの時のガソリンの量を求めることができる．

このように，児童Aは今の問題について，問題場面中の数量関係を適切にとらえていたと考えることができる．彼は同じワークシートにあった値引きの問題と血液の問題を正しく立式して正解しており，それらの問題でも乗法的な数量関係を適切にとらえていた．特に血液の問題では割合が分数で与えられていたが，その場合でも数量関係を適切に捉えられていたことになる．さらに第21時では2/3が5/4の何倍になるかを求める際に2/3÷4/5をすればよいことを，自分で作った割合の問題の解決との類似性に基づいて説明しており，このことからも，乗法的な数量関係をとらえることができていたと言える．

しかし解決過程中盤で導出過程が曖昧な「2.8 L」という答えを見出し，「答えわかるのに式が立てらんない」と発話した後の時点から，Aはこの“答え”と考える数値を参照して式を考えるようになった．「28÷6＝」を「2.8÷6」に直して筆算をしたが，確かにこれは，図中の6 Lから□に向かう矢印が何倍であるかを求める式となっている．また教師が図3をもとに話をしていた際に計算していた6÷2.8は，逆の□から6 Lに向かう矢印に当たる倍を求める計算となっている．2.8を用いながらも，ここまではまだ問題場面の数量関係を反映した式が立てられていた．

しかしその傾向は弱まっていく．その後，改めて「132÷6=22」を書いた際は，「逆で割ってみたらなんかできるかもしれない」という理由で22÷60の筆算を始めた．「22」は図の60と□を結ぶ矢印に対応する値であるとは言え，この22÷60の式は問題場面の数量関係を反映させた式とは考えにくい．

さらに再度「132÷6=22」と「60÷22=」の式に戻るが，解決過程の最後の方では「132÷2

＝66」と「60÷66」や，「132÷3＝44」と「60÷44」の式を書き，60÷66 や 60÷44 の筆算を行った．除数の 2 や 3 は問題場面に特に関係がないので， 60÷66 や 60÷44 も問題場面の数量関係を反映していない．その後で書かれた「132÷12＝11」や筆算をした 60÷11 も，除数 12 が問題場面に関わる数量ではないことから，場面中の数量関係を反映した式ではない．

解決過程の終盤では 6÷132 の式，つまり 1 km 当たりに必要なガソリンの量を求める式を書いたり，「逆の場合」として「132÷6=22」と改めて書いたりしてはいるが，以前のように 60÷22 ではなく 22÷6 の筆算を始めたことは，終盤においても場面中の数量関係をもとに立式をすることが十分には行われなくなっていたことを示している．

児童 A は最後の部分で数量関係に基づかない立式を多くするようになったが，中盤までは数量関係に基づく立式を行っていた．この転換の前に行っていたのは，数量関係に基づいた式の答えを求めるために除法の筆算を実行することであった．その際に商が循環小数となり確定した値を得ることができず，その結果筆算を中断することを A は何度か繰り返した．A が答えを「2.8」のような小数第 1 位か第 2 位で確定する小数として求めようとしていたとすると，そうした値が筆算で得られなかったことで，自身の納得のいく解答に至ることができなかったと考えられる．

例えば A は「60÷132＝」を筆算として行い，商を小数により求めることになったため，割り切れないことに気付き，この筆算を中断した．この商が確定し，走った距離 60 km が 132 km の何倍かがわかれば，図 2 の横矢印を基に，それを 6 L にかけて答えを求めることができたはずである．60÷22 や 6÷132 の商についても同様と言える．2.8÷6 を中断した際も，商が 0.466･･･となり，「これ答え求めらんない」，「式どうすんの，ほんとに意味がわかんね」と発話した．

こうした状況において有効なのは商を分数の形で表し，分数による結果を答えや次の式のための数値として利用することである．例えば，60÷132 の商を 5/11 と求め，この分数を 60 km が 132 km の何倍かを表す数として認めたならば，これを 6 L に乗ずることで 30/11 という答えに至ることができた．

確かに児童 A は一度だけ，観察者が分数の使用を促した際に，商を分数の形で求めていた．観察者は商を表す分数の使用を示唆したつもりであったが，A は 132÷60 の代わりとして(132/1)÷(60/1)と立式した．しかしこの形にしたことで分数のわり算として意識され，(132×1)/(1×60)と計算し，結果として 11/5 という分数の商を得た．ただ A はこの直前に問題文の「132 km」と「60 km」を丸で囲みながら「割合的に」と発話していたにも関わらず，今の商 11/5 を図 2 の横方向の矢印と関連付けることはせず，したがって□×11/5=6 や 6÷11/5 と立式することもなかった．

こうした児童 A が分数を避けたり積極的には用いようとしなかったりする傾向は他の場面からも伺えた．例えば 900 円の商品を 35 % 引きで買った時の値段を求める問題は分数の乗法・除法についてのワークシートの問題として出されており，900×65/100 として約分をすれば 9×65 により答えを求めることができたが，A は割合を小数で表して計算をしていた．長方形の面積の問題では面積が分数で与えられていることもあり，0.75 を 3/4 として計算をしていたので，分数を利用して解決できなかったわけではない．しかし，値引きの問題では問題文中に分数が現れないこともあり，分数を利用することはなかった．また第 25 時で 15 m が 9 m の何倍かを求める場面では，最終的には 15÷9 の商を 15/9 や 5/3 として表すことができたが，隣の子が「0.6」としていたこともあり，最初は「1 点」と小数により商を表そうとし，「ほんと割れない」とも発話した．分数にしたのは隣の子から「分数

で表すんじゃね」と指摘されたからであり，自分から分数にしたのではなかった．

児童Aは第23時の計算や第27時のワークシートにおける面積の問題の計算に見られるように，小数と分数が混在する場合に小数を分数に直して計算することはできた．また第7時で4/5が1/5に対して「1/5があと3個必要」だと指摘したことにも見られるように，分数を単位分数のいくつ分として見ることもできていた．こうした見方が分数を数として捉えるために重要とすれば(例えばBraithwaite & Siegler (2021))，Aは分数を基本的には数として捉えていたと言える．さらに第21時で必要な式が2/3÷5/4となることを説明した際に，元にする数で割れば割合が求まることは小数でも分数でも言えると自分から指摘したことを想起するならば，Aは分数で示された場合には，分数を含む倍の関係を整数や小数と同様のものとして捉えてもいた．

それにも関わらず，上述のように15 mが9 mの何倍かを自分からは分数倍として表さなかったし，第12時で1から7/8への矢印が表す1×7/8=7/8の関係から7/8÷7/8=1や7/8×8/7=1などの関係を推論し場面を意味づけることもなかった．こうしたことから，公式の適用を越えて，2数を分数倍により関連付けたり，分数倍から新たな情報を得たりすることが自然にできる状態にはなかったと考えられる。

以上から児童Aの解決の特徴として，分数やその使用が明示されていない場合に，数値間の関係を分数で表し，それを用いて推論を進めようとはせず，そのために思考が停滞してしまったことがあげられる．今回の問題では整数値で与えられた2量の割合を分数により表し，その割合を次の計算で利用する必要があったが，児童Aは分数のワークシートという文脈において問題に取り組みながら，それらの割合や倍関係を分数として捉えたり利用しようとしたりせず，そのために解決を必要以上に困難にしたと言える．

(2) 指導への示唆

児童Aの場合，分数が関わる文章題の解決において，問題場面中の数量関係に基づく立式もでき，また第25時での様子から整数どうしの除法の商を分数で表すこともできないわけではなかった．したがって，問題文に分数を含む文章題でも数量関係を適切に捉えられるようにするとか，商を分数で表すことを十分に理解させるといったことで改善するとは言えないであろう．むしろ，問題中に直接は分数が現れていないような文章題であっても，なんらかの計算の結果を自分から分数で表すことや，その分数を文章題に関与する数として受容し，答えや途中結果としてその後の思考において積極的に利用していくことが自然にできるよう，分数の理解を深めることの必要性が示唆される．

ガソリンの問題では問題文中に現れる数値は全て整数により与えられていたが，児童Aは除法の筆算を行い，途中で計算を止めたものの，小数で結果を求めようとする様子を見せた．他方で60÷22という答えを与えうる式を立てながらも，その商を分数で表現しようとする様子は全く見られなかった．また観察者に言われて11/5という答えにつながりうる途中結果を得ながらも，これを倍を表す数と捉えたり，次の式で利用しようとしたりする様子も見られなかった．分数が最初から示された問題でなくとも，途中で商を求める場合に，筆算をして整数や小数で求めることと，分数により商を表すことが，少なくとも同等の水準で選択されることが求められる．

小学校第5学年で商を分数で表すことや，第6学年の分数の除法の学習で何倍かを分数で表すことは学習するが，本稿の考察から，整数どうしの商をより積極的に分数で表したり，その分数をその後の推論で積極的に利用したりする機会を，十分に設けることが必要と言える．例えば今回の問題で分数は，1 km走るのに必要なガソリンの量1/22 Lや，問題

の距離 60 km が 132 km の何倍かを表す 5/11 などの割合を表すのに用いることができる．こうした量や割合を分数で表した後，それらを次の立式や推論で用いるところまでを一つの経験と考えるということである．

「割合を表すことに適しているのは分数である」(杉山, 2014, p. 6)と言われたり，割合の表現として分数を利用することで割合の文章題の解決を促進しようと試みられたりしてきた (岡田, 2009)．実際，2 量の値が整数 m，n で与えられている場合は，$m=n\times(m/n)$のように，それらの整数をそのまま分母や分子とするだけで，m が n の何倍かの割合を分数により表すことができる．分数のより積極的な利用を促すためには，倍や割合を分数で表すことのこうした利点を感得することも必要である．

今回の問題の解決でも，児童 A がかいた図 2 の 60 から□に向かう矢印の関係，すなわち 132 から 6 に向かう矢印の関係を分数を用いて×6/132 と表せるが，約分せずにとりあえずこのままの形で残しておけば，これが 132 と 6 の間の関係であるという情報を保ちながら，なおかつ割合を表す数として 60×(6/132)などと次の式の中で用いることもできる．×6/132 を児童 A がしたように÷22 とした場合には，この 22 が何と何の関係を表す数であるかの情報は数字の中には直接残らない．

第 20 時では分子を言い間違ったものの，1 から 3/4 に向かう矢印があれば児童 A は立式につなげることはできていた．しかし第 12 時の説明では 7/8 を避けたり，1/2 も 0.5 に直したりした．これらを考慮すると，1 が 7/8 の 8/7 倍であるとか 1 が 1/2 の 2 倍であるなどといった，分数を含む倍関係を柔軟に使えることも重要となる．例えば式 6＝132×(6/132)を 2 数間の関係として把握することは，こうした倍関係の利用を支えるものと考えられる．

したがって，単に商を分数で表したり除法の計算により分数倍を求めたりするだけでなく，分数を用いると何と何の関係を表すのかの情報を残しながら倍関係を表せるという利点を明確にしながら，分数倍を柔軟に利用できることが重要となる．例えば $m=n\times(m/n)$だから m が n の(m/n)倍という関係にあることや，m を(n/m)倍すると n になることを把握したり，$(m/n)\times(n/m)=1$ を m/n の(n/m)倍が 1 になるという関係と捉えたりすることがより意図的に扱われる必要がある．そうして把握された分数倍を次の立式で利用することを通して，分数倍を小数倍と同等のものとして捉えることが出来るようにしていくことも重要であろう．

分数を数として理解することに関わっては数直線上に分数をとる課題や分数の大小比較を行う課題に注意が向けられてきた(Barbieri et al., 2020; deVries et al., 2022)．しかしこうした課題に正答できるだけでなく，整数や小数を利用する経験と同様の経験が，分数についても保証されているかを吟味し，不足している場合には意図的に採り入れていく必要があること(布川(2021b)参照)を，児童 A の解決は示唆している．

分数は分割等の操作から発生し，それが 1 つの数へと移行することが求められる(布川, 2019, 2022)．プロセスとして発生したものが「あたかも数を構成するように新たな計算の中で用いられる」(Sfard, 2008, p. 120)ことが数学的対象としての成立にとって重要であるならば，分数を別の式に代入し，その後の計算で用いていく経験は，分数を数として捉える上でも重要な機会になると期待される．

5．おわりに

本稿では，分数が関わる文章題を小学 6 年生が解決する過程について詳しく検討した．その結果，分数が問題文中に現れない場合，児童が必要な数量関係を把握でき，必要な計算技能を有する場合であっても，分数を自ら導入しようとはせず，そのためにかえって解決を困難にしてしまうことが明らかになった．

こうした様相は，分数が整数や小数と同程度には数として児童から捉えられていないことの一つの現れと考えられる．分数が他の数と同様なものとして語り続けられ，学習者が分数を他の数と同様に理解するようになることが重要となる(布川(2021a)参照)．さらに分数の利用により得られる利点についても，その語りの中で経験されていく必要があろう．

謝　辞

本研究は JSPS 科研費 JP20K03271 の助成を受けたものである。

註および引用・参考文献

1) 本稿は日本数学教育学会第 55 回秋期研究大会での発表原稿を大幅に加筆・修正したものである。

Barbieri, C. A., Rodrigues, J., Dyson, N., & Jordan, N. C. (2020). Improving Fraction Understanding in Sixth Graders with Mathematics Difficulties: Effects of a Number Line Approach Combined with Cognitive Learning Strategies. *Journal of Educational Psychology*, *112* (3), 628-648. http://dx.doi.org/10.1037/edu0000384

Booth, J. L. & Newton, K. J. (2012). Fractions: Could they really be the gatekeeper’s doorman? *Contemporary Educational Psychology*, *37*, 247–253. http://dx.doi.org/10.1016/j.cedpsych.2012.07.001

Braithwaite, D. W. & Siegler, R. S. (2021). Putting fractions together. *Journal of Educational Psychology*, *113* (3), 556–571. https://doi.org/ 10.1037/edu0000477

deVries, K. J., Booth, J. L., Young, L. K., Barbieri, C. A., Garfield, E. M., & Newton, K. J. (2022). Using worked examples as a scalable practice for teaching fraction magnitude and fraction computation. In P. M. Jenlink (Ed.), *Mathematics as the Science of Patterns: Making the Invisible Visible to Students through Teaching* (pp. 127-151). Information Age Pub.

岡田いずみ (2009). 割合文章題解決における介入授業の効果：分数表示方略の提案. 教授学習心理学研究, *5* (1), 32-41. https://doi.org/10. 20629/japtl.5.1_32

大阪数学教育研究会 (編著). (1987). 分数・文字式を教えるということ. 明治図書.

坂本美紀 (2003). 小学校算数における小数倍および分数倍の問題解決に関する縦断的研究. 心理科学, *24* (1), 1-17. https://doi.org/10.20789/ jraps.24.1_1

進藤芳典 (2009). 数感覚を重視した分数の理解に関する研究. 上越数学教育研究, *24*, 75-84.

布川和彦 (2019). パターンの記述とパターンの対象化の観点に基づく教科書における分数学習の展開についての検討. 日本数学教育学会誌, *101* (12), 2-15. https://doi.org/10.32296/jjsme.101. 12_2

布川和彦 (2021a). 分数の授業に見られるディスコースの特徴. 日本数学教育学会第 54 回秋期研究大会発表集録, 25-32.

布川和彦 (2021b). 量から数への移行の観点からの自然数と分数の学習の比較. 上越教育大学研究紀要, *40* (2), 361-372.

布川和彦 (2022).「量分数」の再検討：「測定値としての分数」を視点として. 日本数学教育学会誌, *104* (2), 2-13.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

Shin, M. & Bryant, D. P. (2017). Improving the fraction word problem solving of students with mathematics learning disabilities: Interactive computer application. *Remedial and Special Education*, *38* (2), 76-86. https://doi.org/10.1177/0741932516669052

杉山吉茂 (2014). 分数のよさを生かそう. 算数授業研究, *92*, 4-7.